

Capítulo 7

Desempenho e Optimização na Presença de *Jitter*

7.1- Introdução

Neste capítulo iremos estudar o problema da análise de desempenho e optimização de sistemas de comunicação ópticos baseados em solitões, tendo em consideração o *jitter* temporal do sinal recebido e a interferência entre símbolos, resultante do processamento ao nível do receptor.

Grande parte dos trabalhos disponíveis sobre a análise de desempenho em sistemas baseados em solitões, baseiam-se no pressuposto que o efeito dominante é o ruído de emissão espontânea amplificado. No entanto, como foi demonstrado por J. P. Gordon e L. Mollenauer [1] e como referimos no capítulo 5, o *jitter* pode ser o factor dominante. No trabalho apresentado por J. P. Gordon e L. Mollenauer é considerado um modelo gaussiano para o *jitter*, porém conforme foi sugerido por C.R. Menyuk [2], T. Georges [3]

e por nós próprios no trabalho [4], frequentemente o *jitter* apresenta uma distribuição não gaussiana, essencialmente devido à interacção entre solitões.

Na secção 7.2 incluiremos o efeito do *jitter* temporal, na descrição analítica do receptor apresentada no capítulo 6, e avaliaremos o desempenho do sistema na presença de *jitter* não gaussiano. Finalizaremos esta secção com uma análise comparativa entre os resultados obtidos usando o modelo não gaussiano para o *jitter* derivado no capítulo 5, e os resultados obtidos por J. P. Gordon e L. Mollenauer usando o modelo gaussiano.

A secção 7.3 será dedicada à análise do papel da resposta impulsional do receptor na detecção de sequências de impulsos na presença de ruído e *jitter* temporal. A detecção de sequências de impulsos introduz um factor extra na degradação do desempenho dos sistemas, conhecido por interferência entre símbolos, que iremos analisar em detalhe. Iremos igualmente verificar como é possível otimizar o desempenho dos sistemas com uma escolha criteriosa do filtro eléctrico do receptor.

7.2 - Impacto do *jitter*

No capítulo 5 analisámos o problema da incerteza do tempo de chegada, em sistemas baseados em solitões, focando a nossa atenção nas origens físicas e caracterização estatística do *jitter*. Apresentámos um modelo, capaz de descrever estatisticamente a flutuação do instante de chegada de impulsos do tipo solitão, na presença de interacções múltiplas e de ruído de emissão espontânea amplificado. Nesta secção iremos concentrar-nos na avaliação de desempenho e optimização do receptor quando os impulsos recebidos estão afectados por *jitter* temporal.

Na secção 7.2.1, iremos desenvolver um modelo analítico capaz de quantificar os desvios temporais, que originam erros na detecção. Usando os resultados apresentados no capítulo 5, relativos à caracterização estatística do *jitter*, e a formulação entretanto desenvolvida, iremos obter uma descrição analítica do desempenho do receptor, que nos vai permitir efectuar um estudo quantitativo da degradação do desempenho, provocada pelo *jitter* em sistemas baseados em solitões. Iremos ainda comparar a formulação

desenvolvida, com resultados de outros autores apresentados na literatura especializada, nomeadamente com o trabalho [1] e [5] de J. P. Gordon e L. F. Mollenauer.

Na secção 7.2.2, iremos analisar o problema da determinação do instante de decisão óptimo e o papel do filtro eléctrico do receptor na redução da degradação do desempenho devido ao *jitter*. Iremos ainda aplicar a formulação desenvolvida na secção 7.2.1, à análise de desempenho de sistemas práticos.

Na secção 7.2.3 vamos combinar os resultados obtidos no capítulo 6, relativos à degradação devida ao ruído, com os resultados obtidos para o *jitter* e analisaremos o problema da optimização simultânea dos sistemas relativamente ao ruído e ao *jitter*.

7.2.1 - Formulação analítica

Com o objectivo de analisarmos o desempenho de sistemas, em que o instante de chegada dos impulsos flutua em torno de um dado valor, ou seja na presença de *jitter*, vamos começar por determinar o atraso e o avanço máximo que o sistema é capaz de tolerar antes de efectuar uma decisão errada.

De modo a analisarmos o efeito do *jitter* na detecção, vamos introduzir uma variável aleatória δ , que quantifica o desvio temporal dos impulsos. Obtém-se então para a potência óptica de um impulso depois do pré - amplificador óptico do receptor, ponto A da figura 6.1, a seguinte expressão

$$h_p(t - \delta \cdot T_{\text{bit}}) = P_p \cdot \text{sech}^2\left(\frac{t - \delta \cdot T_{\text{bit}}}{T_0}\right) \quad (7.1)$$

em que P_p é a potência de pico do impulso depois do pré-amplificador óptico do receptor.

Supondo a ausência total de ruído e de campos dispersivos, na ausência de um impulso óptico o sinal à entrada do circuito de decisão é nulo. Na presença de um impulso, o sinal será dado pela convolução do sinal eléctrico, resultante da detecção, com a resposta impulsional do filtro eléctrico do receptor, ou seja

$$j(t, \delta) = \rho \cdot q \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} h_r(t - \tau) \cdot h_p(\tau - \delta \cdot T_{\text{bit}}) d\tau \quad (7.2)$$

Notemos que a função $j(t, \delta)$ é função do tempo t e do desvio temporal δ . A variável decisória será dada por $J_1 = j(t_d, \delta)$, ou seja será dada pelo valor da função $j(t, \delta)$ no instante de decisão t_d .

Assumindo que os símbolos lógicos são equiprováveis, o BER será então dado pela expressão (7.3), onde I_d é o nível de decisão. Notemos que assumindo como única perturbação o *jitter*, a probabilidade de erro do sistema é apenas devida à probabilidade de erro na detecção dos símbolos correspondentes ao valor lógico "1", pois os símbolos correspondentes ao valor lógico "0" não têm *jitter*.

$$\text{BER} = \frac{1}{2} \cdot P(J_1 < I_d) \quad (7.3)$$

De acordo com a expressão (6.5), e porque na ausência de um impulso a variável decisória assume sempre o valor zero, somos levados a concluir que a regra de decisão que minimiza o BER é assumir a presença de um impulso sempre que a variável decisória J_1 seja maior que zero, ou seja considerar o nível de decisão igual a zero. Notemos porém que este resultado foi obtido numa situação extremamente irrealista, pois assumimos uma ausência completa de ruído e de energia dispersiva. Na prática mesmo que a relação SNR seja muito elevada teremos sempre algum ruído, e alguma energia dispersiva. Iremos por agora colocar o nível de decisão a metade do valor máximo da função $j(t, \delta)$ na ausência de *jitter*, pois este valor é mais realista. Notemos que esta artificialidade, introduzida na determinação do nível de decisão, irá desaparecer logo que seja considerado o efeito simultâneo do *jitter* e do ruído.

De modo a determinarmos o BER, expressão (7.3), temos que calcular o valor da probabilidade da variável decisória J_1 , assumir um valor menor que o nível de decisão. Designando por δ_+ e δ_- , respectivamente, o avanço e o atraso que fazem com que a variável decisória assumo o valor do nível de decisão temos

$$\text{BER} = \frac{1}{2} \cdot \text{P}(J_1 < I_d) = \frac{1}{2} \cdot \{ \text{P}(\delta > \delta_+) + \text{P}(\delta < \delta_-) \} = \frac{1}{2} \cdot \{ 1 - F_\delta(\delta_+) + F_\delta(\delta_-) \} \quad (7.4)$$

em que $F_\delta(\delta)$ é a função de probabilidade acumulada da variável aleatória δ , ou seja

$$F_\delta(x) = \int_{-\infty}^x f_\delta(\delta) d\delta \quad (7.5)$$

em que $f_\delta(\delta)$ é a função densidade de probabilidade do *jitter*.

Ao escrevermos a expressão (7.4) estamos a assumir que a função $j(t_d, \delta)$ assume um valor maior que I_d no intervalo $]\delta_+; \delta_+[$ e menor que I_d sempre que δ assume um valor menor que δ_- ou maior do que δ_+ . Notemos que δ_+ é um avanço logo assume um valor positivo e δ_- é um atraso assumindo por isso um valor negativo. Devemos ter ainda em consideração que δ_+ e δ_- são soluções da equação

$$j(t_d, \delta) = I_d \quad (7.6)$$

Nesta secção iremos focar a nossa atenção no estudo do *jitter* devido à propagação não linear, que conforme vimos no capítulo 5 e apresentámos no trabalho [4], pode ser caracterizado por uma distribuição resultante da adição de cinco gaussianas descentradas, sendo a função densidade de probabilidade de δ dada por

$$\begin{aligned} f_\delta(\delta) = & \frac{1}{2} \cdot f_g(\delta, \sigma_{GH}) + \frac{1}{8} \cdot f_g(\delta - t_2, \sigma_{GH}) \\ & + \frac{1}{8} \cdot f_g(\delta + t_2, \sigma_{GH}) + \frac{1}{8} \cdot f_g(\delta - t_3, \sigma_{GH}) + \frac{1}{8} \cdot f_g(\delta + t_3, \sigma_{GH}) \end{aligned} \quad (7.7)$$

onde $f_g(t, \sigma_{GH})$ é dado por

$$f_g(t, \sigma_{GH}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_{GH}} \cdot \exp\left[-\frac{t^2}{2 \cdot \sigma_{GH}^2}\right] \quad (7.8)$$

e σ_{GH} é igual a

$$\sigma_{GH} = \left[\frac{n_{sp} \cdot n_2^I \cdot D \cdot h \cdot (G-1) \cdot L_T^3}{9 \cdot T_0 \cdot A_{eff} \cdot L_a \cdot Q} \right]^{1/2} \quad (7.9)$$

Na equação (7.7), t_2 e t_3 são dados respectivamente por

$$t_2 = -T_0 \cdot \ln \left[\cos \left(\frac{a}{L_D} \cdot L_T \right) \right] \quad (7.10)$$

e

$$t_3 = -T_0 \cdot \ln \left[\cos^2 \left(\frac{a}{\sqrt{2} \cdot L_D} \cdot L_T \right) \right] \quad (7.11)$$

sendo $a = 2 \cdot \exp(-T_{bit} / (2 \cdot T_0))$.

Integrando a função densidade de probabilidade de δ , expressão (7.7), no intervalo $]-\infty; \delta]$, obtemos de imediato a função de probabilidade acumulada de δ , dada por

$$F_{\delta}(\delta) = 1 - \left\{ \frac{1}{2} \cdot Q \left(\frac{\delta}{\sigma_{GH}} \right) + \frac{1}{8} \cdot Q \left(\frac{\delta - t_2}{\sigma_{GH}} \right) + \frac{1}{8} \cdot Q \left(\frac{\delta + t_2}{\sigma_{GH}} \right) + \frac{1}{8} \cdot Q \left(\frac{\delta - t_3}{\sigma_{GH}} \right) + \frac{1}{8} \cdot Q \left(\frac{\delta + t_3}{\sigma_{GH}} \right) \right\} \quad (7.12)$$

em que a função $Q(\cdot)$ é definida de acordo com a expressão (6.61).

Substituindo a expressão (7.12) em (7.4), e atendendo à simetria da função gaussiana, obtemos para o BER a expressão

$$\begin{aligned} \text{BER} = & \frac{1}{2} \cdot \left\{ \frac{1}{2} \cdot Q \left(\frac{\delta_+}{\sigma_{GH}} \right) + \frac{1}{8} \cdot Q \left(\frac{\delta_+ - t_2}{\sigma_{GH}} \right) + \frac{1}{8} \cdot Q \left(\frac{\delta_+ + t_2}{\sigma_{GH}} \right) + \frac{1}{8} \cdot Q \left(\frac{\delta_+ - t_3}{\sigma_{GH}} \right) + \frac{1}{8} \cdot Q \left(\frac{\delta_+ + t_3}{\sigma_{GH}} \right) \right\} \\ & + \frac{1}{2} \cdot \left\{ \frac{1}{2} \cdot Q \left(\frac{-\delta_-}{\sigma_{GH}} \right) + \frac{1}{8} \cdot Q \left(\frac{-\delta_- + t_2}{\sigma_{GH}} \right) + \frac{1}{8} \cdot Q \left(\frac{-\delta_- - t_2}{\sigma_{GH}} \right) + \frac{1}{8} \cdot Q \left(\frac{-\delta_- + t_3}{\sigma_{GH}} \right) + \frac{1}{8} \cdot Q \left(\frac{-\delta_- - t_3}{\sigma_{GH}} \right) \right\} \quad (7.13) \end{aligned}$$

Comparando a formulação analítica aqui apresentada com os trabalhos de J. P. Gordon e L. Mollenauer [1] e [5], a primeira grande diferença é que no nosso caso não é necessário introduzir a noção de janela do receptor à prior, o conceito da janela do receptor irá aparecer naturalmente na derivação analítica e ficará clara a sua relação com a resposta

impulsional do filtro equalizador do receptor. No resultado de J. P. Gordon e L. Mollenauer é aceite o pressuposto que o receptor vai decidir erradamente sempre que o desvio temporal coloque o impulso fora da janela do receptor. Assumindo que o *jitter* tem uma distribuio gaussiana, J. P. Gordon e L. Mollenauer, chegaram à seguinte expressão para o BER devido ao *jitter* temporal

$$\text{BER} = Q\left(\frac{T_r}{2 \cdot \sigma_{\text{GH}}}\right) \quad (7.14)$$

onde T_r   a janela do receptor.

O mesmo raciocínio foi seguido por outros autores, nomeadamente T. Georges, que em [3] assume uma janela temporal do receptor cujo valor   75% do período do bit. Embora simples, este tratamento tem o inconveniente de introduzir a figura da janela temporal do receptor duma forma ad hoc. De facto a janela do receptor é estabelecida por ajuste dos resultados teóricos a dados experimentais.

Notemos que embora não sendo indispensável, usando a nossa formulao, a janela do receptor, segundo o conceito de J. P. Gordon e L. Mollenauer, pode ser calculada teoricamente sendo dada por

$$T_r = \delta_+ - \delta_- \quad (7.15)$$

onde δ_+ e δ_- são dados por (7.6), ou seja a janela do receptor é a diferença entre o avanço e o atraso máximo que o receptor é capaz de tolerar antes de proceder a uma decisão errada.

O resultado de J. P. Gordon e L. Mollenauer, pode ser visto como uma situao particular da formulao aqui apresentada, em que o *jitter* tem uma distribuio gaussiana e em que o valor absoluto do atraso e do avanço máximo que o receptor é capaz de tolerar são iguais.

De facto, assumindo que δ_+ é igual ao simétrico de δ_- , podemos rescrever (7.13) como sendo

$$\text{BER} = \frac{1}{2} \cdot \left\{ Q\left(\frac{T_r}{2 \cdot \sigma_{\text{GH}}}\right) + \frac{1}{4} \cdot Q\left(\frac{T_r - 2 \cdot t_2}{2 \cdot \sigma_{\text{GH}}}\right) + \frac{1}{4} \cdot Q\left(\frac{T_r + 2 \cdot t_2}{2 \cdot \sigma_{\text{GH}}}\right) + \frac{1}{4} \cdot Q\left(\frac{T_r - 2 \cdot t_3}{2 \cdot \sigma_{\text{GH}}}\right) + \frac{1}{4} \cdot Q\left(\frac{T_r + 2 \cdot t_3}{2 \cdot \sigma_{\text{GH}}}\right) \right\} \quad (7.16)$$

em que T_r é dado por (7.15).

Considerando que o efeito dominante para o *jitter* é o efeito de Gordon-Haus e que a interacção entre solitões é desprezável, ou seja que o *jitter* tem uma distribuição gaussiana e é originado pelas flutuações da frequência central dos solitões induzidas pelo ruído de emissão espontânea amplificado, temos que t_2 e t_3 são nulos reduzindo-se a expressão (7.16) à expressão (7.14), ou seja ao resultado de J. P. Gordon e L. Mollenauer.

7.2.2 - Análise de desempenho

O problema que usualmente se coloca na optimização de sistemas de comunicação baseados em solitões relativamente ao *jitter*, é determinar qual será a resposta impulsional do receptor, que minimiza a degradação provocada pelo *jitter*, e qual será o instante de decisão óptimo.

Notemos que por simples manipulação da expressão (7.4) podemos rescrever a expressão do BER da forma seguinte

$$\text{BER} = \frac{1}{2} \cdot \left\{ 1 - P(\delta_- < \delta < \delta_+) \right\} = \frac{1}{2} \cdot \left\{ 1 - \int_{\delta_-}^{\delta_+} f_{\delta}(\delta) d\delta \right\} \quad (7.17)$$

Da expressão (7.17), somos levados a concluir que o BER será mínimo quando o integral da função densidade de probabilidade de δ , no intervalo $]\delta_-; \delta_+[$, for máximo. Fazendo tender o atraso e o avanço máximo, que o receptor pode tolerar para infinito, temos que o integral da função densidade de probabilidade de δ tende para um e o BER para zero. Ou seja, se a janela do receptor for infinita a taxa de erros devida às flutuações do instante de chegada é nula.

Este resultado é de pouco interesse prático, pois usualmente estamos interessados em detectar uma sequência de impulsos, fazendo com que a partir de um dado valor não compense mais aumentar a janela do receptor, pois que os ganhos conseguidos

relativamente ao *jitter* são perdidos devido à interferência entre símbolos. O problema da interferência entre símbolos será analisado em detalhe na secção 7.3, contudo convém desde já termos presente que a janela do receptor nunca poderá ser muito maior que o período do bit, devido à interferência entre símbolos. Ou seja, para estimar um dado bit o receptor só deverá processar a informação contida no período do bit respectivo, caso contrário estará a processar informação relativa a bits adjacentes, aumentando a interferência dos bits adjacentes na decisão do bit em questão.

Uma outra conclusão que poderemos retirar da expressão (7.17), é que no caso da função densidade de probabilidade ser simétrica em torno da origem e decrescer ao afastarmo-nos da origem, é imediato que o BER é mínimo quando a janela do receptor estiver centrada na origem e neste caso temos que δ_+ igual a $-\delta_-$. Pois ao deslocarmos a janela para qualquer um dos lados a diferença entre o acréscimo de área integrada e aquela que deixamos de integrar é sempre negativa.

Este resultado pode ser facilmente comprovado considerando um desvio na janela do receptor dado por $\Delta\delta$, fazendo δ_+ igual a $-\delta_-$ e rescrevendo o integral da expressão (7.17) da forma seguinte

$$\int_{\delta_- + \Delta\delta}^{\delta_+ + \Delta\delta} f_{\delta}(\delta) d\delta = \int_{\delta_-}^{\delta_+} f_{\delta}(\delta) d\delta + \int_{\delta_+}^{\delta_+ + \Delta\delta} f_{\delta}(\delta) d\delta - \int_{\delta_-}^{\delta_- + \Delta\delta} f_{\delta}(\delta) d\delta \quad (7.18)$$

Donde se pode concluir que se a função densidade de probabilidade for simétrica em torno da origem, e decrescer ao afastarmo-nos da origem, o segundo integral é sempre menor que o terceiro integral do lado direito da expressão (7.18), para todos os valores de $\Delta\delta$ maiores que zero. Fazendo com que a expressão (7.18) seja máxima e o BER mínimo quando $\Delta\delta$ for igual a zero, logo quando δ_+ for igual a $-\delta_-$.

Olhando para a função densidade de probabilidade de δ , expressão (7.7), temos que a função é simétrica em torno da origem, porém conforme podemos constatar na figura 5.9 do capítulo 5, nem sempre decresce ao afastarmo-nos do ponto de simetria. De facto, devido à interacção entre solitões é possível que a função apresente outros máximos relativos para além da origem. Embora, possível esta situação é pouco provável e, que

tenhamos conhecimento, nunca foi relatada nenhuma experiência na literatura especializada em que fossem nítidos outros máximos relativos para além da origem. Conforme podemos deduzir dos resultados apresentados no capítulo 5, esta situação só ocorreria numa situação de forte interacção entre solitões e muito baixo ruído. Deixando de parte esta situação, temos então que para maximizarmos o BER o instante de decisão deve ser escolhido de forma a que o valor absoluto do atraso e avanço máximo que o receptor pode tolerar sejam iguais.

Obtivemos assim duas condições para otimizar o sistema relativamente ao *jitter* temporal. A primeira é aumentar a janela do receptor, convém contudo ter presente que o aumento da janela do receptor vai tornar a interferência entre símbolos mais crítica. Notemos ainda que conforme vimos na secção 6.4, o aumento da janela do receptor pode levar também a um pior desempenho relativamente ao ruído. Embora menos crítico que o efeito da interferência entre símbolos este efeito deverá também ser levado em conta.

Uma segunda condição de optimização relativamente ao *jitter* é escolher o instante de decisão de modo a fazer com que o atraso e o avanço máximo que o sistema pode tolerar sejam iguais. Esta condição de optimização vai ter consequências relativamente ao ruído, ver expressões (6.108) a (6.111). Usualmente só é possível fazer coincidir o instante de decisão óptimo relativamente ao ruído, com o instante de decisão que faz com que o atraso e avanço máximo sejam iguais, quando a resposta do filtro equalizador do receptor é simétrica em torno do instante de decisão.

De seguida vamos apresentar alguns exemplos que ilustram as diferentes situações aqui relatadas. Na figura 7.1 vamos começar por calcular o tamanho normalizado da janela do receptor para diversos filtros equalizadores em função do produto da largura de banda eléctrica pelo período do bit, considerando o valor do instante de decisão coincidente com o valor máximo da função $j(t, \delta)$ na ausência de *jitter*.

Conforme podemos analisar na figura 7.1, a janela do receptor aumenta com a diminuição da largura de banda do filtro equalizador do receptor. Notemos que ao diminuirmos a largura de banda do receptor estamos usualmente a tornar mais crítico o efeito da interferência entre símbolos. Temos assim que a optimização do sistema

relativamente ao *jitter* e à interferência entre símbolos é frequentemente uma solução de compromisso.

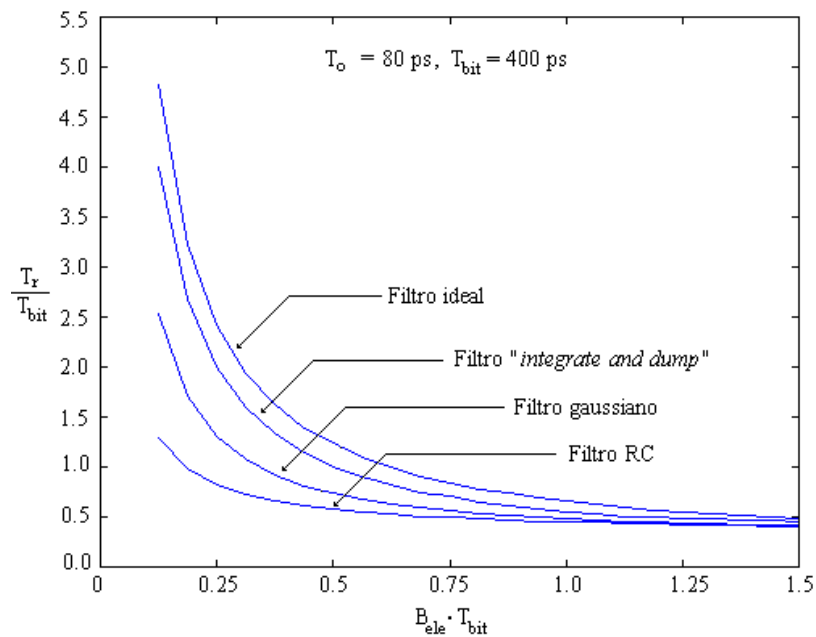


Figura 7.1 - Valor normalizado da janela do receptor em função do produto entre a largura de banda eléctrica e o período do bit.

Vamos, agora, analisar o efeito do instante de decisão, calculando a diferença entre o valor absoluto do avanço e do atraso máximo que o sistema é capaz de tolerar antes de efectuar uma decisão errada, ver figura 7.2.

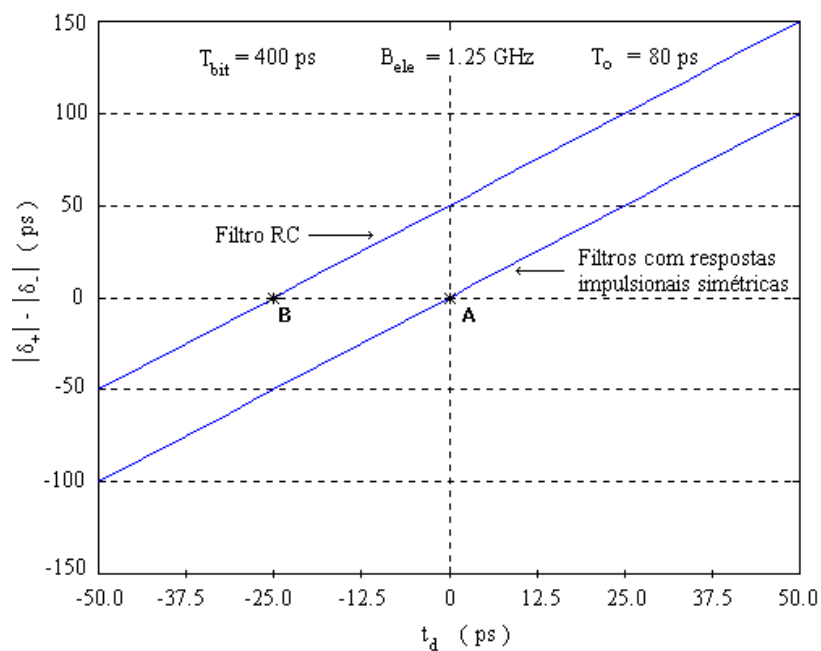


Figura 7.2 - Diferença entre o valor absoluto do atraso e avanço que o receptor tolera antes de efectuar uma decisão errada.

Na figura 7.2, a origem do eixo das abcissas corresponde à situação em que o instante de decisão coincide com o máximo da função $j(t, \delta)$ na ausência de *jitter*. Notemos que, como referimos anteriormente, o BER será mínimo, considerando apenas o efeito do *jitter* temporal, quando o valor absoluto do avanço máximo for igual ao valor absoluto do atraso máximo, ou seja quando as curvas da figura 7.2 assumirem o valor zero.

Podemos comprovar, na figura 7.2, que no caso de filtros com respostas impulsivas simétricas a diferença entre o valor absoluto do avanço e do atraso, que o sistema tolera sem proceder a uma decisão errada, é nula quando o instante de decisão coincide com o valor máximo da resposta do filtro equalizador, ponto A. Por outro lado no filtro RC, o instante de decisão óptimo, ou seja o instante de decisão que faz com que em valor absoluto o atraso e o avanço máximo que o sistema tolera sejam iguais, ponto B, não coincide com o valor máximo da função $j(t, \delta)$ na ausência de *jitter*.

Usualmente isto significa que não vamos conseguir otimizar simultaneamente o instante de decisão em função do *jitter* e em função do ruído. Esta característica é verificada no filtro RC porque a resposta deste filtro, conforme pode ser comprovado na figura 6.19, não é simétrica em relação ao seu valor máximo. Este resultado mostra o interesse em considerarmos respostas impulsivas simétricas em torno do seu valor máximo. Porém devemos ter presente que para uma resposta impulsional ser realizável esta deve ser causal, tornando difícil a obtenção de respostas impulsivas simétricas na prática.

Vamos agora analisar o efeito da interacção entre solitões na degradação do sistema. Para isso vamos trabalhar com os mesmos sistemas considerados por J. P. Gordon e L. Mollenaur no trabalho [1], ou seja sistemas com uma distância total de 9 000 km, um a operar a 2.5 Gbit/s e outro a 4 Gbit/s, com uma atenuação de 0.25 dB/km, um espaçamento entre amplificadores de 28 km, e em que todos os amplificadores apresentam um ganho de 7 dB e um factor de emissão espontânea de 1.5.

Vamos considerar um receptor com as mesmas características do utilizado no trabalho [1], de J. P. Gordon e L. Mollenaur, ou seja um receptor com uma janela coincidente com o período do bit. Para efeitos do calculo da degradação provocada pela

interacção entre solitões, precisamos de estimar o comprimento de dispersão, para isso assumimos o valor de 1.5 ps/nm/km para a dispersão.

Na figura 7.3 apresentamos o desempenho dos sistemas em função da largura do solitão. A cheio podemos ver os resultados apresentados por J. P. Gordon e L. Mollenauer, expressão (7.14), ou seja desprezando a interacção entre solitões, a tracejado podemos observar o resultado obtido com a nossa formulação, expressão (7.13).

Notemos que para o sistema a operar a 2.5 Gbit/s os resultados são coincidentes, no entanto para o sistema a operar a 4 Gbit/s as curvas divergem consideravelmente para larguras dos impulsos superiores a 30 ps. Isto deve-se ao efeito da interacção entre solitões, que é obviamente mais crítico no sistema a 4 Gbit/s do que no sistema a 2.5 Gbit/s. Notemos que no sistema a 2.5 Gbit/s o período do bit é de 400 ps e no sistema a 4 Gbit/s o período do bit é de 250 ps.

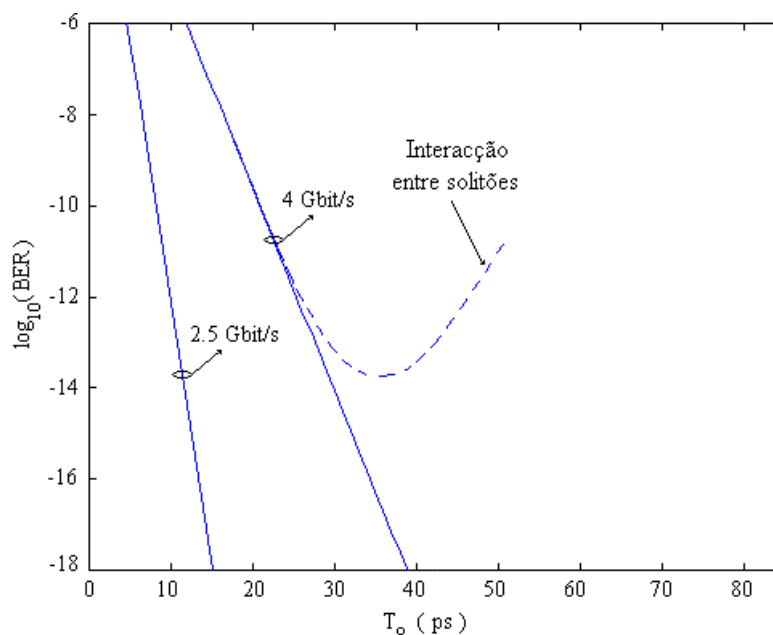


Figura 7.3 - Desempenho do sistema em função da largura do solitão, a cheio apresentamos os resultados obtidos por J. P. Gordon e L. Mollenauer, expressão (7.14), a tracejado apresentamos os resultados obtidos com a nossa formulação, expressão (7.13).

Conforme podemos comprovar ao aumentarmos a largura dos solitões diminuímos o efeito de Gordon-Haus, no entanto aumentamos a interacção entre solitões. No sistema a 4

Gbit/s a partir de um dado ponto assistimos a um ponto de inflexão, este ponto não é visível nos resultados de J. P. Gordon e L. Mollenauer e deve-se ao facto da interacção entre solitões passar a assumir um papel dominante.

Segundo os resultados de J. P. Gordon e L. Mollenauer seria possível tornar as perdas de desempenho devidas ao *jitter* tão pequenas quanto desejássemos aumentando a largura dos solitões. Porém diversos resultados experimentais mostram a existência de um limiar para a diminuição das perdas de desempenho e alguns autores, nomeadamente C.R. Menyuk em [2] e T. George em [3], referiram-se à necessidade de corrigir o cálculo do desempenho dos sistemas baseados em solitões de modo a ter em conta os desvios da distribuição gaussiana do *jitter*, originados pela interacção entre solitões.

Notemos ainda que a partir de uma dada largura dos impulsos, dá-se a colisão dos solitões adjacentes antes do receptor. A análise de sistema a operarem para além da distância de colisão está fora do âmbito desta tese, por isso no gráfico da figura 7.3 apresentamos apenas os resultados para larguras dos impulsos inferiores a 50 ps, no sistema a 4 Gbit/s, de modo a garantir que estamos a operar fora deste regime.

7.2.3 - Efeito simultâneo do ruído e do jitter

Na figura 7.3 considerámos apenas o efeito do *jitter* na análise de desempenho do sistema. Vamos agora considerar também o efeito do ruído, supondo um filtro equalizador no receptor do tipo *integrate and dump*. De modo a incluirmos o efeito do ruído vamos usar a formulação desenvolvida no capítulo 6.

Conforme tínhamos concluído na secção 6.3.2 e podemos comprovar na figura 7.4, ao aumentarmos a largura dos impulsos estamos a diminuir a energia do solitão, tornando mais penalizante o efeito do ruído de emissão espontânea amplificado. Por outro lado estamos a diminuir o efeito Gordon-Haus e a aumentar a interacção entre solitões.

Notemos que na figura 7.4, as curvas relativas ao *jitter* foram obtidas com base nas expressões (7.13), curva a tracejado, e (7.14) curva a cheio, a curva relativa ao ruído foi obtida com base nas expressões (6.46), (6.49) e (6.50).

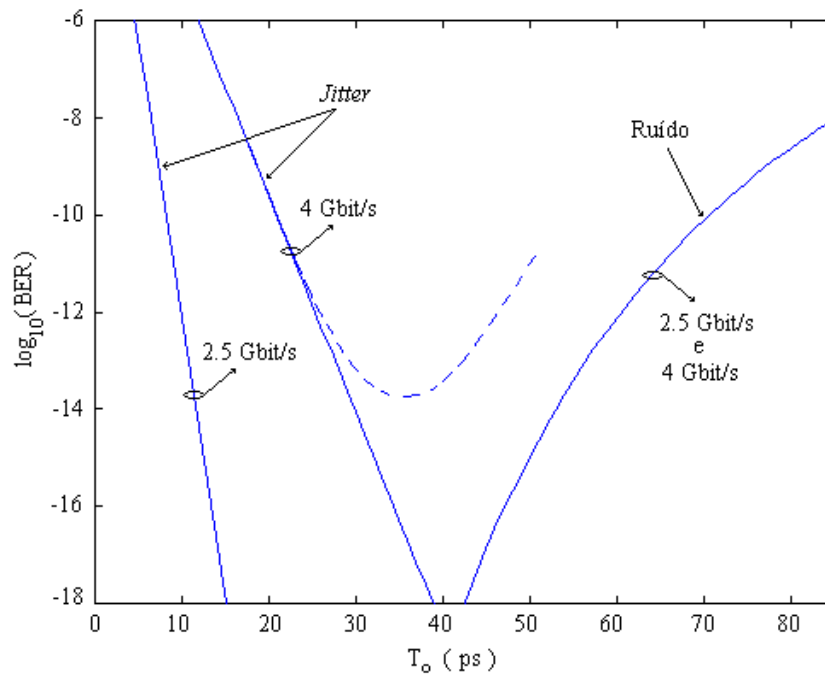


Figura 7.4 - Desempenho do sistema em função da largura do solitão, considerando isoladamente o efeito do *jitter* e do ruído.

Na figura 7.4, podemos igualmente comprovar como a interacção entre solitões, ver curva a tracejado, pode ser um factor determinante no desempenho dos sistemas. Notemos que se desprezásemos o efeito da interacção entre solitões, seríamos levados a concluir que a largura óptima do solitão no sistema a 4 Gbit/s seria de aproximadamente 40 ps, porém ao considerarmos a interacção entre solitões verificamos que a largura óptima é inferior, assumindo um valor próximo dos 35 ps e que o desempenho do sistema é consideravelmente pior.

Podemos identificar três zonas distintas, na figura 7.4, relativamente ao sistema a 4 Gbit/s, uma em que a degradação do sistema é devida ao *jitter*, quanto T_0 é inferior a 30 ps, outra em que o efeito dominante é o ruído, quanto T_0 é superior a 50 ps, e finalmente uma zona intermédia, em que quer o *jitter* quer o ruído são determinantes no desempenho do sistema. Notemos ainda que uma unidade na escala logarítmica do BER significa uma ordem de grandeza numa escala linear, ou seja o BER total na zona em que o *jitter* é dominante pode ser aproximado com algum rigor pela expressão (7.13), de igual modo, na zona em que o ruído é dominante pode ser aproximado pelas expressões (6.46), (6.49) e (6.50).

Porém a tentativa de otimizar os sistemas leva-nos invariavelmente a operar na zona intermédia, ou seja na zona onde não podemos definir com rigor o efeito dominante, fazendo com que tenhamos que considerar simultaneamente os dois efeitos. Com esse fim em vista, vamos considerar a variável decisória como sendo dada pela soma de duas variáveis aleatórias, uma que inclui o efeito do ruído e outra que inclui o efeito do *jitter*. Temos então que a variável decisória, que vamos designar por Y , será dada por

$$Y = X + J - j(t_d, 0) \quad (7.19)$$

onde X é a variável aleatória considerada no capítulo 6 que inclui o efeito da detecção do sinal adicionado do ruído e J é a variável aleatória que inclui o efeito do *jitter*. Notemos que subtraímos o valor da variável decisória J na ausência de *jitter*, pois a contribuição do sinal está incluída em X .

O BER é neste caso dado por

$$\text{BER} = \frac{1}{2} \cdot [p_0(I_d) + p_1(I_d)] \quad (7.20)$$

com

$$p_0(I_d) = \int_{I_d}^{+\infty} W_{X_{Y_0}}(y) dy \quad (7.21)$$

e

$$p_1(I_d) = \int_{-\infty}^{I_d} W_{X_{Y_1}}(y) dy \quad (7.22)$$

em que $W_{Y_0}(y)$ e $W_{Y_1}(y)$ são, respectivamente, a função densidade de probabilidade da variável decisória condicionada à detecção do símbolo lógico "0" e "1".

Notemos que na ausência de um impulso Y_0 assume o valor de X_0 , ou seja a degradação do desempenho do sistema é apenas devida ao ruído, logo o problema reduz-

se ao caso tratado no capítulo 6. Vamos por isso concentrar-nos apenas na determinao da probabilidade de erro associada ao símbolo "1", ou seja na presença de um impulso.

Para estimarmos o valor de $p_1(I_d)$ necessitamos de determinar a funo densidade de probabilidade de Y_1 . A variável decisória Y_1   o resultado da soma de duas variáveis aleatórias, uma que quantifica o efeito do ruído X_1 , e outra que quantifica o efeito do *jitter* J_1 .

A variável J_1 , que quantifica o efeito do *jitter*, é uma funo não trivial de δ , ver expressão (7.2). Vamos por isso tentar aproximar $J_1 = j(t_d, \delta)$ por uma funo mais facilmente tratável. Uma primeira aproximao pode ser obtida expandindo a funo $j(t_d, \delta)$ em série de McLaurin, obtendo-se

$$J_1 = j(t_d, \delta) = j(t_d, 0) + \left. \frac{\partial j}{\partial \delta} \right|_{\delta=0} \cdot \delta + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 j}{\partial \delta^2} \right|_{\delta=0} \cdot \delta^2 + \dots + \frac{1}{n!} \left. \frac{\partial^n j}{\partial \delta^n} \right|_{\delta=0} \cdot \delta^n + \dots \quad (7.23)$$

De modo a calcular (7.23) precisamos de calcular as sucessivas derivadas na origem da funo $j(t_d, \delta)$. Como a expressão (7.23) tem um número infinito de parcelas, vamos ter que a aproximar por um somatório com um número finito de termos. Vamos considerar uma aproximao baseada nos três primeiros termos, ou seja uma aproximao de segunda ordem da funo $j(t_d, \delta)$ em ordem a δ . Temos então

$$j(t_d, \delta) \approx D_0 + D_1 \cdot \delta + D_2 \cdot \delta^2 \quad (7.24)$$

em que

$$D_0 = j(t_d, 0) \quad (7.25)$$

$$D_1 = \left. \frac{\partial j}{\partial \delta} \right|_{\delta=0} \quad (7.26)$$

e

$$D_2 = \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 j}{\partial \delta^2} \right|_{\delta=0} \quad (7.27)$$

Tendo em consideração a expressão (7.2) temos

$$\frac{\partial^n j}{\partial \delta^n} = \rho \cdot q \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} h_r(t_d - \tau) \cdot \frac{\partial^n h_p(\tau - \delta \cdot T_{\text{bit}})}{\partial \delta^n} d\tau \quad (7.28)$$

Considerando um impulso do tipo solitão, $h_p(\tau) = P_p \cdot \text{sech}^2(\tau / T_0)$, obtemos

$$\left. \frac{\partial j}{\partial \delta} \right|_{\delta=0} = \rho \cdot q \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} h_r(t_d - \tau) \cdot h_p(\tau) \cdot 2 \cdot \frac{T_{\text{bit}}}{T_0} \cdot \tanh\left(\frac{\tau}{T_0}\right) d\tau \quad (7.29)$$

e

$$\left. \frac{\partial^2 j}{\partial \delta^2} \right|_{\delta=0} = \rho \cdot q \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} h_r(t_d - \tau) \cdot h_p(\tau) \cdot 2 \cdot \left(\frac{T_{\text{bit}}}{T_0}\right)^2 \cdot \left[3 \cdot \tanh^2\left(\frac{\tau}{T_0}\right) - 1\right] d\tau \quad (7.30)$$

Usando as expressões (7.25) a (7.27), (7.2), (7.29) e (7.30), podemos imediatamente calcular os valores de D_0 , D_1 e D_2 .

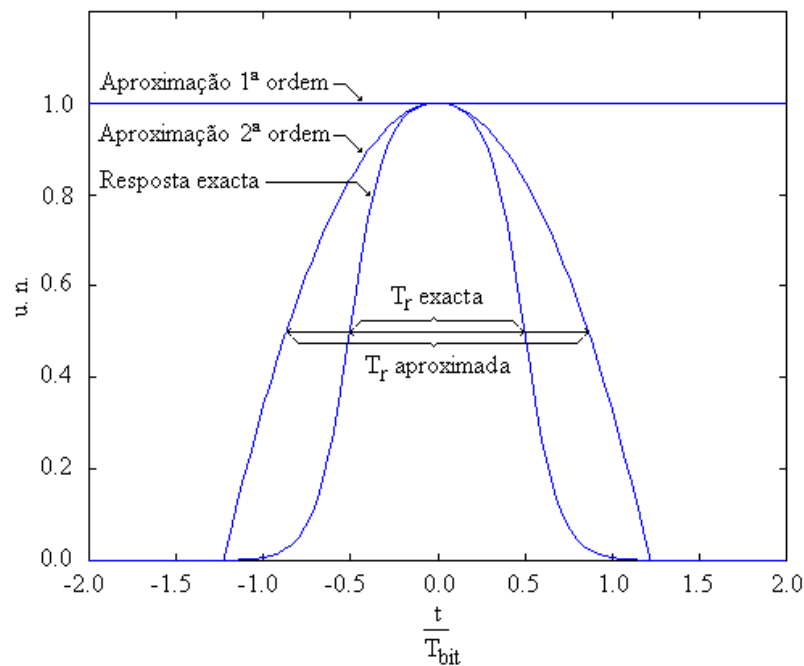


Figura 7.5 - Aproximação da resposta normalizada do filtro *integrate and dump*, baseada na aproximação em série de McLaurin de 1ª e 2ª ordem.

Notemos que ao considerarmos uma aproximação de segunda ordem para a função $j(t_d, \delta)$, estamos a aproximar a função por uma parábola invertida, conforme podemos verificar na figura 7.5 para o filtro *integrate and dump*.

Conforme podemos constatar na figura 7.5, usando a aproximação de segunda ordem a janela do receptor aproximada é substancialmente superior à janela do receptor exacta.

Na figura 7.6 calculámos o desempenho do sistema considerado na figura 7.3, considerando a aproximação de segunda ordem e comparámos os resultados com a solução exacta.

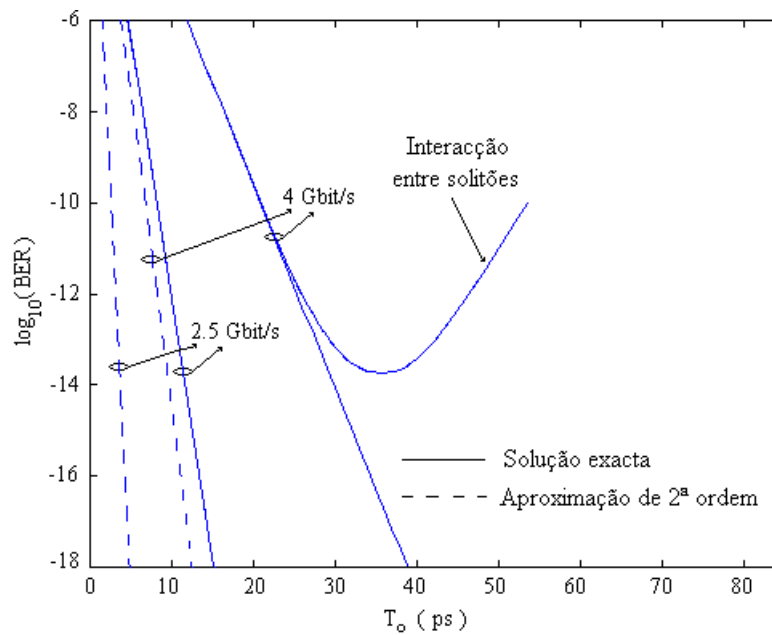


Figura 7.6 - Desempenho do sistema em função da largura do solitão, a tracejado apresentamos os resultados obtidos com a aproximação de 2ª ordem e a cheio a solução exacta, ou seja usando as expressões (7.13) e (7.14).

Atendendo a que o cálculo da perda de desempenho devido ao *jitter* é calculado com base na janela do receptor, obtivemos, na figura 7.6, desvios substâncias entre o desempenho do sistema obtido com a aproximação de segunda ordem e o desempenho obtido com base nas expressões (7.13) e (7.14).

Vamos por isso procurar outra aproximação para a resposta do filtro equalizador. Uma alternativa possível é aproximar a resposta do filtro equalizador por uma parábola invertida, de tal forma que se mantenha a mesma janela do receptor, ou seja calcular D_0 , D_1 e D_2 através das seguintes equações

$$D_2 \cdot \delta^2 + D_1 \cdot \delta + D_0 = I_d \quad (7.31)$$

$$D_0 = j(t_d, 0) \quad (7.32)$$

Em que as soluções da equação do segundo grau, equação (7.31), são igualadas a δ_+ e δ_- , sendo δ_+ e δ_- obtidos da equação

$$j(t_d, \delta) = I_d \quad (7.33)$$

em que I_d é o nível de decisão.

Obtém-se então o seguinte sistemas de equações para a determinação de D_1 e D_2 .

$$\delta_+ = \frac{-D_1 + \sqrt{D_1^2 - 4 \cdot D_2 \cdot (D_0 - I_d)}}{2 \cdot D_2} \quad (7.34)$$

$$\delta_- = \frac{-D_1 - \sqrt{D_1^2 - 4 \cdot D_2 \cdot (D_0 - I_d)}}{2 \cdot D_2} \quad (7.35)$$

Notemos que esta aproximação é dependente do nível de decisão, ou seja devemos voltar a calcular D_1 e D_2 sempre que alterarmos o nível de decisão, pois ao alterarmos o nível de decisão estamos a alterar δ_+ e δ_- , nas expressões (7.34) e (7.35), ver expressão (7.33).

Se δ_+ for igual a $-\delta_-$ resulta imediatamente de (7.34) e (7.35) que D_1 é igual a zero e

$$D_2 = -\frac{D_0 - I_d}{\delta_+^2} \quad (7.36)$$

Aplicando a aproximação baseada na parábola invertida obtida através das equações (7.31) a (7.35), novamente ao filtro *integrate and dump*, e considerando o nível de decisão a metade do valor máximo da resposta do filtro equalizador do receptor obtemos os resultados da figura 7.7.

Atendendo às figuras 7.5, 7.6 e 7.7 e devido ao papel da janela do receptor no calculo de desempenho do sistema na presença de *jitter*, somos levados a concluir que a

aproximao baseada na parábola invertida, fixando a janela do receptor, dará o mesmo valor da soluço exacta, no caso de considerarmos apenas o *jitter* e dará uma melhor aproximao do desempenho do sistema quando considerarmos simultaneamente o efeito do *jitter* e do ruído, sempre que o valor do desvio padrão do *jitter* for comparável com o período do bit.

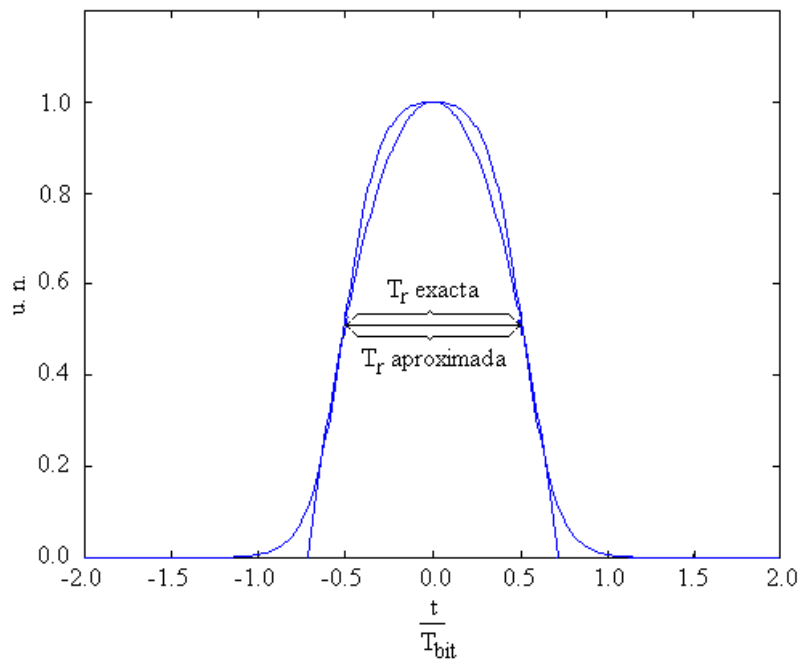


Figura 7.7 - Aproximao da resposta normalizada do filtro equalizador por uma parábola invertida, fixando a janela do receptor.

Notemos que a aproximao de McLaurin d  uma melhor precisão numa vizinhança próxima da origem, fazendo com que, se o valor do desvio padrão do *jitter* for muito menor que o período do bit, esta seja a aproximao adequada. Esta foi a abordagem usada por L B. Ribeiro em [6] para estudar o efeito do *jitter* do sinal de relógio na deteco. Contudo ao contrário dos valores do desvio padrão considerados em [6], muito inferiores ao período do bit, nesta tese estamos a lidar com valores do desvio padrão do *jitter* comparáveis com o período do bit, logo a aproximao mais adequada   a aproximao da parábola invertida fixando a janela do receptor.

Podemos então rescrever Y_1 como sendo

$$Y_1 \approx X_1 + D_1 \cdot \delta + D_2 \cdot \delta^2 \quad (7.37)$$

em que D_1 e D_2 são calculados a partir de (7.34) e (7.35).

Considerando o caso anteriormente estudado, ou seja quando D_1 é igual a zero, obtém-se para a função geradora de momentos da variável decisória Y_1 a expressão

$$M_{Y_1}(s, t_d) = E\{e^{sY_1}\} \approx E\{e^{sX_1}\} \cdot E\{e^{sD_2 \cdot \delta^2}\} = M_{X_1}(s) \cdot M_{\delta^2}(s \cdot D_2) \quad (7.38)$$

Ao escrevermos a expressão (7.38) estamos a assumir que a variável aleatória X_1 é independente de δ^2 o que em rigor não é correcto. Recordemos que a variância de X_1 vai depender do nível do sinal devido ao batimento sinal - ruído, ver a expressão (6.45), e o nível do sinal é dependente do *jitter*, logo X_1 dependente de δ^2 . Para ultrapassarmos este facto, vamos assumir a pior situação, ou seja, vamos assumir no calculo da variância de X_1 que o sinal assume o seu valor máximo.

Notemos que de modo a obtermos a função geradora de momentos de Y_1 , expressão (7.38), necessitamos de calcular a função geradora de momentos de X_1 e δ^2 .

Conforme vimos no capítulo 6, a variável X_1 pode ser aproximada com bastante rigor por uma distribuição gaussiana, obtendo-se [7]

$$M_{X_1}(s, m_{X_1}, \sigma_{X_1}) = \exp\left[m_{X_1} \cdot s + \frac{\sigma_{X_1}^2 \cdot s^2}{2}\right] \quad (7.39)$$

sendo m_{X_1} dado por (6.110) e $\sigma_{X_1}^2$ por (6.111).

A função densidade de probabilidade de δ é dada por (7.7), ou seja pela soma de cinco distribuições gaussianas descentradas, donde se obtêm que a função densidade de probabilidade de δ^2 é dada pela soma de três funções chi-quadradas descentradas com um grau de liberdade [8]. Sendo a função geradora de momentos de δ^2 dada por

$$M_{\delta^2}(s) = \frac{1}{2} \cdot M_{\text{chi}}(s, 0, \sigma_{\text{GH}}) + \frac{1}{4} \cdot M_{\text{chi}}(s, t_2, \sigma_{\text{GH}}) + \frac{1}{4} \cdot M_{\text{chi}}(s, t_3, \sigma_{\text{GH}}) \quad (7.40)$$

com [8]

$$M_{\text{chi}}(s, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{1 - 2 \cdot \sigma^2 \cdot s}} \exp\left[\frac{s \cdot \mu^2}{1 - 2 \cdot \sigma^2 \cdot s}\right] \quad (7.41)$$

definida para valores de s menores que $1/(2 \cdot \sigma^2)$.

A variável aleatória Y_1 é então a soma de duas variáveis aleatórias, uma com distribuio aproximadamente gaussiana, a variável X_1 , e outra resultante da soma de três distribuies chi-quadrado.

A função densidade de probabilidade da variável decisória, quando é recebido um impulso, pode ser calculada através da transformada inversa da função característica de Y_1 , que se obt m da função geradora de momentos fazendo $s = i \cdot \omega$. Temos então

$$W_{Y_1}(y) = \frac{1}{2 \cdot \pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \frac{e^{i \cdot \omega (m_{X_1} - y) - \omega^2 \cdot \frac{\sigma_{X_1}^2}{2}}}{\sqrt{1 - i \cdot \omega \cdot 2 \cdot \sigma_{GH}^2 \cdot D_2}} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \cdot e^{\frac{i \cdot \omega \cdot t_2^2 \cdot D_2}{1 - i \cdot \omega \cdot 2 \cdot \sigma_{GH}^2 \cdot D_2}} + \frac{1}{4} \cdot e^{\frac{i \cdot \omega \cdot t_3^2 \cdot D_2}{1 - i \cdot \omega \cdot 2 \cdot \sigma_{GH}^2 \cdot D_2}} \right) \right\} d\omega \quad (7.42)$$

obtendo-se $p_1(I_d)$ a partir de (7.22).

De modo a validarmos a expressão (7.42) podemos considerar duas situações particulares, uma quando t_2 , t_3 e σ_{GH}^2 assumem o valor zero e outra quando $\sigma_{X_1}^2$ igual a zero e a interacção entre solitões   desprez vel.

Quando t_2 , t_3 e σ_{GH}^2 são nulos, significa que estamos a desprezar o efeito de Gordon-Haus e a interacção entre solitões, e partindo de (7.42) obtemos

$$W_{Y_1}(y) = \frac{1}{2 \cdot \pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(e^{i \cdot \omega \cdot m_{X_1} - \omega^2 \cdot \frac{\sigma_{X_1}^2}{2}} \cdot e^{i \cdot \omega \cdot y} \right) d\omega = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma_{X_1}^2}} e^{-\frac{(y - m_{X_1})^2}{2 \cdot \sigma_{X_1}^2}} \quad (7.43)$$

Recordemos que o integral da expressão (7.43) pode ser resolvido recorrendo a uma tabela de transformadas de Fourier, identificando o integral como sendo a transformada inversa de uma função gaussiana.

A expressão (7.43) está de acordo com o esperado, ou seja desprezando o efeito do *jitter* a variável decisória apresenta uma distribuição gaussiana. De (7.22) e (7.43) obtemos imediatamente

$$p_1(I_d) = \int_{-\infty}^{I_d} \left(\frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma_{X_1}^2}} e^{-\frac{(y-m_{X_1})^2}{2 \cdot \sigma_{X_1}^2}} \right) dy = \frac{1}{2} \cdot \operatorname{erfc} \left(\frac{m_{X_1} - I_d}{\sqrt{2 \cdot \sigma_{X_1}^2}} \right) \quad (7.44)$$

ou seja, obtemos a expressão (6.61), como seria de esperar.

Desprezando o ruído e a interação entre solitões temos que $\sigma_{X_1}^2$, t_2 e t_3 assumem o valor zero e m_{X_1} é igual a D_0 , logo

$$W_{Y_1}(y) = \frac{1}{2 \cdot \pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{i\omega(D_0-y)}}{\sqrt{1-i \cdot \omega \cdot 2 \cdot \sigma_{GH}^2 \cdot D_2}} d\omega = \frac{e^{\frac{D_0-y}{2 \cdot \sigma_{GH}^2 \cdot D_2}}}{\sqrt{-2 \cdot \pi \cdot \sigma_{GH}^2 \cdot D_2 \cdot (D_0-y)}} \cdot U(D_0-y) \quad (7.45)$$

em que $U(\cdot)$ é a função degrau, ou seja assume o valor um quando o argumento é maior que zero e o valor zero quando o argumento é menor ou igual a zero. O integral da expressão (7.45) pode ser calculado fazendo a transformação $D_0-y = -Y$, e notando que o integral resultante corresponde à transformada inversa de Fourier duma função chi-quadrada em Y em que $\mu=0$ e $\sigma^2 = \sigma_{GH}^2 \cdot D_2$, ver expressão (7.41). Finalmente, escrevendo a função densidade de probabilidade de Y [7] e fazendo a transformação $-Y = D_0-y$ obtemos o último membro da expressão (7.45). Atendendo que no nosso caso D_2 assume sempre valores negativos, a expressão (7.45) só assume valores diferentes de zero para valores de y menores que D_0 , como seria de esperar.

Temos então

$$p_1(I_d) = \int_{-\infty}^{I_d} \frac{e^{\frac{D_0-y}{2 \cdot \sigma_{GH}^2 \cdot D_2}}}{\sqrt{-2 \cdot \pi \cdot \sigma_{GH}^2 \cdot D_2 \cdot (D_0-y)}} dy \quad (7.46)$$

em que I_d   menor que D_0 . O integral da expressão (7.46) pode ser resolvido fazendo a transformao seguinte

$$y = D_0 + D_2 \cdot x^2 \quad (7.47)$$

temos então

$$p_1(I_d) = 2 \cdot \left\{ \int_{-\infty}^{\sqrt{(D_0 - I_d)/(-D_2)}} \frac{e^{-\frac{x^2}{2 \cdot \sigma_{GH}^2}}}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma_{GH}^2}} dx \right\} = \text{erfc} \left(\sqrt{\frac{I_d - D_0}{2 \cdot D_2 \cdot \sigma_{GH}^2}} \right) \quad (7.48)$$

Notemos que ao substituirmos na expressão (7.48) o resultado da expressão (7.36) obtemos

$$p_1(I_d) = \text{erfc} \left(\sqrt{\frac{\delta_+^2}{2 \cdot \sigma_{GH}^2}} \right) \quad (7.49)$$

Atendendo a que estamos a considerar δ_+ igual a $-\delta_-$, a expressão (7.49)   exactamente igual   expressão (7.14), ou seja obtivemos o resultado esperado.

Vamos agora estimar a probabilidade de erro para o caso geral, ou seja considerando simultaneamente o efeito do *jitter* e do ruído. Embora o integral (7.42) aparente não ter uma solução analítica para o caso geral,   possível obter uma banda para o desempenho do sistema. Inferiormente a banda será limitada pelo calculo exacto da expressão (7.22) considerando apenas o efeito mais relevante, isto é o efeito que provoca uma maior degradação do desempenho do sistema. O limiar superior da banda será obtido com o recurso a um majorante.

Um majorante conhecido e largamente usado no problemas da determinação do desempenho de sistemas de comunicação ópticos é o majorante de Chernoff. Este majorante pode ser facilmente derivado definindo uma função $C(x)$ que assume o valor um se x for menor que nível de decisão I_d , e zero se x for maior ou igual a I_d . Temos então que a esperança de $C(x)$ é dada pela expressão

$$E\{C(x)\} = 0 \cdot P(x \geq I_d) + 1 \cdot P(x < I_d) = P(x < I_d) \quad (7.50)$$

Fazendo coincidir x com a variável decisória associada à recepção do "1" lógico Y_1 , é imediato que a esperança de $C(x)$ é igual a probabilidade de erro associada à recepção de um impulso.

Definindo uma função majorante $G(x)$,

$$G(x) = \exp(\varphi \cdot (x - I_d)), \quad \varphi \leq 0 \quad (7.51)$$

que assume para todos os valores de x e para qualquer valor de φ menor ou igual a zero um valor maior ou igual a $C(x)$, resulta que

$$p_1(I_d) = E\{C(Y_1)\} \leq E\{G(Y_1)\} = M_{Y_1}(\varphi) \cdot e^{-\varphi I_d}, \quad \varphi \leq 0 \quad (7.52)$$

Temos assim que o lado direito da expressão (7.52) assume, para todos os valores de φ menores ou iguais a zero, um valor maior ou igual à probabilidade de erro associada à detecção do "1" lógico. Determinando o mínimo da expressão $M_{Y_1}(\varphi) \cdot e^{-\varphi I_d}$, em ordem a φ e para φ menor ou igual a zero, obtemos o menor majorante da probabilidade de erro associada à detecção do "1" lógico dado por esta expressão. Este majorante designa-se por majorante de Chernoff.

É imediato que definindo a função $C(x)$ como assumindo o valor zero se x for menor que nível de decisão I_d , e um se x for maior ou igual a I_d , e seguindo um raciocínio em todo análogo ao anterior vamos obter um majorante para a probabilidade de erro associada à recepção do "0" lógico.

$$p_0(I_d) \leq M_{Y_0}(\varphi) \cdot e^{-\varphi I_d}, \quad \varphi \geq 0 \quad (7.53)$$

Aplicando o majorante de Chernoff ao sistema a 2.5 Gbit/s considerado na figura 7.4, obtemos os resultados apresentados na figura 7.8. Nesta figura as circunferências correspondem à aplicação do majorante de Chernoff, considerando o efeito simultâneo do *jitter* e do ruído, ou seja dá-nos um limiar superior para o desempenho do sistema. As cruces correspondem à aplicação do majorante de Chernoff considerando o efeito mais

relevante, ou seja na parte esquerda do gráfico considerando o efeito do *jitter* e na parte direita considerando o ruído. A cheio temos a solução exacta considerando apenas o efeito mais relevante, ou seja temos um limiar inferior para o desempenho do sistema. A tracejado representa-se a aproximação gaussiana considerando os dois efeitos simultaneamente.

Notemos que para usarmos a aproximação gaussiana temos que calcular a m dia e a variância da variável decisória, na presença e na ausência de um impulso. A m dia e a variância da variável decisória na ausência de um impulso podem ser calculadas usando as expressões (6.108) e (6.109), na presença de um impulso obtemos a partir da expressão (7.38) os seguintes resultados

$$m_{Y_1} = \left. \frac{\partial M_{Y_1}(s)}{\partial s} \right|_{s=0} \quad (7.54)$$

e

$$\sigma_{Y_1}^2 = \left. \frac{\partial^2 M_{Y_1}(s)}{\partial s^2} \right|_{s=0} - m_{Y_1}^2 \quad (7.55)$$

Após alguma manipulação algébrica e tendo em consideração as expressões (7.38) a (7.41) obtemos

$$m_{Y_1} = m_{X_1} + D_2 \cdot E(\delta^2) \quad (7.56)$$

e

$$\sigma_{Y_1}^2 = \sigma_{X_1}^2 + D_2^2 \cdot \left(E(\delta^4) - E(\delta^2)^2 \right) \quad (7.57)$$

sendo

$$E(\delta^2) = \left. \frac{\partial^2 M_\delta(s)}{\partial s^2} \right|_{s=0} = \sigma_{GH}^2 + \frac{1}{4} \cdot (t_2^2 + t_3^2) \quad (7.58)$$

e

$$E(\delta^4) = \left. \frac{\partial^2 M_{\delta^2}(s)}{\partial s^2} \right|_{s=0} = 3 \cdot \sigma_{GH}^4 + \frac{3}{2} \cdot \sigma_{GH}^2 \cdot (t_2^2 + t_3^2) + \frac{1}{4} \cdot (t_2^4 + t_3^4) \quad (7.59)$$

Conforme podemos verificar na figura 7.8, os resultados obtidos assumindo uma distribuição gaussiana aproximam razoavelmente bem o desempenho do sistema quando o efeito mais relevante é o ruído. No entanto, tal não se verifica quando o efeito mais relevante é o *jitter*.

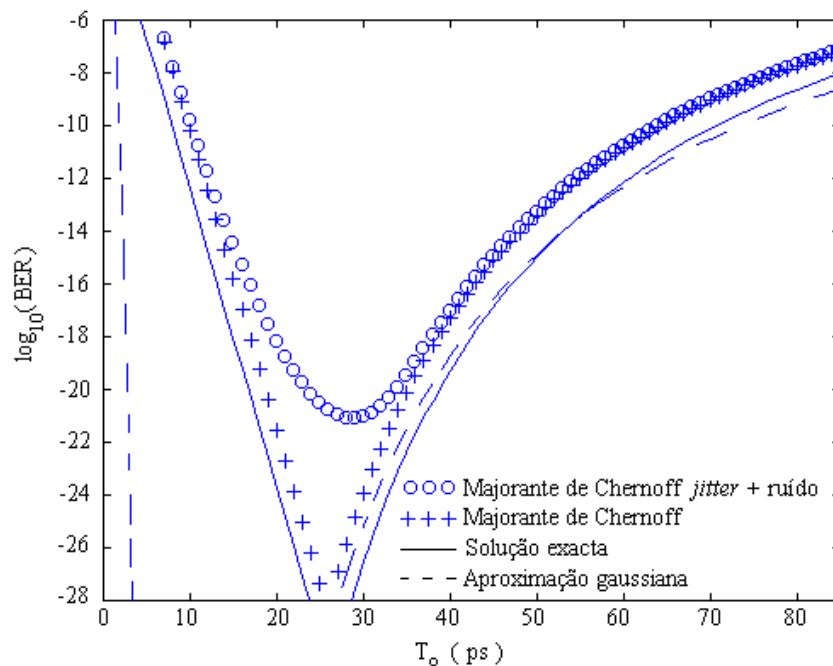


Figura 7.8 - Desempenho do sistema em função da largura do solitão, considerando o efeito do *jitter* e do ruído.

7.3 - Interferência entre símbolos

A interferência entre símbolos quantifica a influência da presença de outros símbolos na variável decisória relativa a um dado símbolo.

Temos assim que a variável decisória, que vamos designar por Z , pode ser considerada como a soma da variável aleatória X , considerada no capítulo 6, que quantifica o efeito do ruído, da variável aleatória J , considerada na secção 7.2, que quantifica o efeito do *jitter* e da variável aleatória S , que quantifica o efeito da interferência entre símbolos

$$Z = X + J - j(t_d, 0) + S \quad (7.60)$$

Na secção 7.3.1 iremos caracterizar a variável aleatória S . Posteriormente, na secção 7.3.2 iremos considerar o efeito simultâneo do ruído, do *jitter* e da interferência entre símbolos, na análise de desempenho de sistemas baseados em solitões.

7.3.1 - Formulação analítica

A variável aleatória S pode ser definida, para um dado símbolo e para uma dada sequência, como um somatório infinito, incluindo o efeito de todos os símbolos da sequência   excepção daquele que estamos a considerar

$$S = \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{+\infty} S_k \quad (7.61)$$

Em que a variável aleatória S_k quantifica a contribuição do símbolo que dista k símbolos, do símbolo que estamos a considerar.

Notemos que o símbolo que dista k símbolos do símbolo que estamos a considerar pode assumir o valor lógico "0" ou "1", sendo que quando assume o valor "0" lógico a interferência entre símbolos provocada por esse símbolo é nula, ou seja

$$S_{k,0} = m_{S_{k,0}} = 0 \quad (7.62)$$

Quando o símbolo k assume o valor lógico "1" a interferência entre símbolos será dada pelo valor da cauda da resposta do filtro equalizador do receptor, no instante de decisão relativo ao símbolo que estamos a detectar, ou seja

$$S_{k,1} = m_{S_{k,1}} = \rho \cdot q \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} h_r(t_d - k \cdot T_{\text{bit}} - \tau) \cdot h_p(\tau) d\tau \quad (7.63)$$

Ao escrevermos as expressões (7.62) e (7.63) estamos a desprezar o ruído e o *jitter*, relativo ao símbolo que dista k símbolos do símbolo que estamos a considerar, para efeitos de calculo da interferência entre símbolos.

De modo a determinarmos o desempenho do sistema temos que considerar a distribuição da variável decisória Z condicionada a todas as sequências possíveis. No entanto, para as respostas usuais dos filtros equalizadores usados na prática a degradação provocada pela ISI deve-se essencialmente aos dois símbolos adjacentes. Podemos por isso aproximar o desempenho do sistema pela expressão

$$\begin{aligned} \text{BER} \approx & \frac{1}{8} \cdot \left[P_0(Z_{000} > I_d) + P_0(Z_{100} > I_d) + P_0(Z_{001} > I_d) + P_0(Z_{101} > I_d) \right] \\ & + \frac{1}{8} \cdot \left[P_1(Z_{010} < I_d) + P_1(Z_{110} < I_d) + P_1(Z_{011} < I_d) + P_1(Z_{111} < I_d) \right] \end{aligned} \quad (7.64)$$

em que Z_{ABC} representa a variável decisória associada à sequência A-B-C em que o símbolo que estamos a considerar é o B.

Embora na expressão (7.64) tenhamos considerado apenas a interferência provocada pelos dois símbolos adjacentes, é imediato que a mesma formulação pode ser expandida de forma a incluir o efeito de mais símbolos. Obviamente que ao considerarmos sequências lógicas com mais k símbolos o número de parcelas da expressão (7.64) vem multiplicado por 2^k , o que torna mais extenso o tratamento analítico.

No caso em que a resposta do filtro equalizador é simétrica em torno do instante de decisão podemos simplificar a expressão (7.64) atendendo a que

$$P_0(Z_{100} > I_d) = P_0(Z_{001} > I_d) \quad (7.65)$$

e

$$P_1(Z_{110} < I_d) = P_1(Z_{011} < I_d) \quad (7.66)$$

Porque estamos a considerar que a interferência entre símbolos originada pelos "0" lógicos é nula, podemos rescrever a expressão (7.64), considerando uma resposta do filtro equalizador simétrica em torno do instante de decisão, na forma seguinte

$$\text{BER} \approx \frac{1}{8} \cdot \left[P_0(X_0 > I_d) + 2 \cdot P_0(Z_{100} > I_d) + P_0(Z_{101} > I_d) \right]$$

$$+ \frac{1}{8} \cdot [P_1(Y_1 < I_d) + 2 \cdot P_1(Z_{110} < I_d) + P_1(Z_{111} < I_d)] \quad (7.67)$$

em que X_0 e Y_1 representam a variável decisória condicionada, respectivamente, ao símbolo "0" e "1" lógico, consideradas respectivamente no capítulo 6 e secção 7.2.3.

7.3.2 - Efeito simultâneo do ruído, do jitter e da ISI

Admitindo que a resposta do filtro equalizador do receptor   simétrica em torno do instante de decisão, para calcularmos o desempenho de um dado sistema, considerando simultaneamente o efeito do ruído, do *jitter* e da interferência entre símbolos, devemos estimar o valor da expressão (7.67).

Precisamos pois de calcular a probabilidade associada   ocorrência de seis eventos distintos, ou seja a probabilidade de X_0 ser maior que I_d , de Y_1 ser menor que I_d , de Z_{100} ser maior que I_d , de Z_{101} ser maior que I_d , de Z_{110} ser menor que I_d e de Z_{111} ser menor que I_d . A probabilidade de ocorrência dos dois primeiros eventos foi calculada, respectivamente, no capítulo 6 e na secção 7.2.3, iremos agora concentrar-nos na probabilidade de ocorrência dos últimos quatro eventos. Para isso vamos começar por escrever a variável decisória condicionada a cada uma das sequências na forma seguinte

$$Z_{100} = X_0 + m_{S_{1,1}} \quad (7.68)$$

$$Z_{101} = X_0 + 2 \cdot m_{S_{1,1}} \quad (7.69)$$

$$Z_{110} = Y_1 + m_{S_{1,1}} \quad (7.70)$$

e

$$Z_{111} = Y_1 + 2 \cdot m_{S_{1,1}} \quad (7.71)$$

Donde podemos concluir que a função geradora de momentos associada   variável decisória condicionada a cada uma das sequências é dada por

$$M_{Z_{100}}(s) = M_{X_0}(s) \cdot \exp(m_{S_{1,1}} \cdot s) \quad (7.72)$$

$$M_{Z_{101}}(s) = M_{X_0}(s) \cdot \exp\left(2 \cdot m_{S_{1,1}} \cdot s\right) \quad (7.73)$$

$$M_{Z_{011}}(s) = M_{Y_1}(s) \cdot \exp\left(m_{S_{1,1}} \cdot s\right) \quad (7.74)$$

e

$$M_{Z_{111}}(s) = M_{Y_1}(s) \cdot \exp\left(2 \cdot m_{S_{1,1}} \cdot s\right) \quad (7.75)$$

sendo $M_{X_0}(s)$ dada por

$$M_{X_0}(s, m_{X_0}, \sigma_{X_0}) = \exp\left[m_{X_0} \cdot s + \frac{\sigma_{X_0}^2 \cdot s^2}{2}\right] \quad (7.76)$$

com m_{X_0} dado por (6.108), $\sigma_{X_0}^2$ por (6.109), $M_{Y_1}(s)$ por (7.38) e $m_{S_{1,1}}$ por (7.63).

Obtemos então a seguinte função densidade de probabilidade generalizada, para o caso da detecção de um impulso, em que A e C representam os dois símbolos adjacentes ao impulso que estamos a considerar

$$W_{Z_{AIC}}(z) = \frac{1}{2 \cdot \pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \frac{e^{i\omega \left(m_{X_1} + \kappa \cdot m_{S_{1,1}} - z \right) - \omega^2 \cdot \frac{\sigma_{X_1}^2}{2}}}{\sqrt{1 - i \cdot \omega \cdot 2 \cdot \sigma_{GH}^2 \cdot D_2}} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \cdot e^{1 - i\omega \cdot 2 \cdot \sigma_{GH}^2 \cdot D_2} + \frac{1}{4} \cdot e^{1 - i\omega \cdot 2 \cdot \sigma_{GH}^2 \cdot D_2} \right) \right\} d\omega \quad (7.77)$$

em que κ é igual a zero quando A e C assumem o valor lógico "0", é igual a um quando A assume o valor lógico "1" e C o valor lógico "0" ou quando A assume o valor lógico "0" e C assume o valor lógico "1" e é igual a dois quando A e C assumem ambos o valor lógico "1", m_{X_1} e $\sigma_{X_1}^2$ são dados respectivamente por (6.110) e (6.111) e $m_{S_{1,1}}$ é dado por (7.63).

Para o caso da detecção de um "0" lógico, ou seja na ausência de um impulso, temos

$$W_{Z_{A0C}}(z) = \frac{1}{2 \cdot \pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left\{ i \cdot \omega \cdot \left(m_{X_0} + \kappa \cdot m_{S_{1,1}} - z \right) - \omega^2 \cdot \frac{\sigma_{X_0}^2}{2} \right\} d\omega \quad (7.78)$$

em que κ e $m_{S_{1,1}}$ são obtidos como anteriormente, sendo m_{X_0} e $\sigma_{X_0}^2$ dados respectivamente por (6.108) e (6.109).

As expressões (7.77) e (7.78) podem ser resolvidas analiticamente, colocando a zero os parâmetros relativos ao *jitter* na expressão (7.77). Neste caso temos

$$W_{Z_{ABC}}(z) = \frac{1}{2 \cdot \pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(i \cdot \omega \cdot (m - z) - \omega^2 \cdot \frac{\sigma_x^2}{2}\right) d\omega = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma_x^2}} e^{-\frac{(z-m)^2}{2\sigma_x^2}} \quad (7.79)$$

em que B é igual a zero na ausência de um impulso e é igual a um na detecção de um impulso, sendo o parâmetro m igual a $m_X + \kappa \cdot m_{S_{1,1}}$. Notemos que não aparecem explicitamente os índices zero e um nos parâmetros m_X e σ_X^2 , devendo no entanto ser entendido que quando B é igual a zero nos estamos a referir a m_{X_0} e $\sigma_{X_0}^2$, e quando B é igual a um nos estamos a referir a m_{X_1} e $\sigma_{X_1}^2$.

Atendendo a (7.79), obtemos, quando B assume o valor lógico "0", a seguinte expressão para a probabilidade de erro

$$P(z_{A0C} > I_d) = \int_{I_d}^{+\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma_{X_0}^2}} e^{-\frac{(z-m)^2}{2\sigma_{X_0}^2}} \right) dz = \frac{1}{2} \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{I_d - m}{\sqrt{2 \cdot \sigma_{X_0}^2}}\right) \quad (7.80)$$

em que m é igual a $m_{X_0} + \kappa \cdot m_{S_{1,1}}$. Quando B assume o valor "1", obtemos

$$P(z_{A1C} < I_d) = \int_{-\infty}^{I_d} \left(\frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma_{X_1}^2}} e^{-\frac{(z-m)^2}{2\sigma_{X_1}^2}} \right) dz = \frac{1}{2} \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{m - I_d}{\sqrt{2 \cdot \sigma_{X_1}^2}}\right) \quad (7.81)$$

com m igual a $m_{X_1} + \kappa \cdot m_{S_{1,1}}$.

Atendendo a (7.64), (7.80) e (7.81) podemos escrever a seguinte expressão para a taxa de erro de bit do sistema, considerando o efeito do ruído e da interferência entre

símbolos, e todas as possíveis combinações dos dois símbolos adjacentes, de acordo com a expressão (7.67),

$$\begin{aligned} \text{BER} \approx \frac{1}{8} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot \text{erfc} \left(\frac{I_d - m_{X_0}}{\sqrt{2 \cdot \sigma_{X_0}^2}} \right) + \text{erfc} \left(\frac{I_d - (m_{X_0} + m_{S_{1,1}})}{\sqrt{2 \cdot \sigma_{X_0}^2}} \right) + \frac{1}{2} \cdot \text{erfc} \left(\frac{I_d - (m_{X_0} + 2 \cdot m_{S_{1,1}})}{\sqrt{2 \cdot \sigma_{X_0}^2}} \right) \right] \\ + \frac{1}{8} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot \text{erfc} \left(\frac{m_{X_1} - I_d}{\sqrt{2 \cdot \sigma_{X_1}^2}} \right) + \text{erfc} \left(\frac{m_{X_1} + m_{S_{1,1}} - I_d}{\sqrt{2 \cdot \sigma_{X_1}^2}} \right) + \frac{1}{2} \cdot \text{erfc} \left(\frac{m_{X_1} + 2 \cdot m_{S_{1,1}} - I_d}{\sqrt{2 \cdot \sigma_{X_1}^2}} \right) \right] \end{aligned} \quad (7.82)$$

Desprezando, agora, o efeito do ruído e da interacção entre solitões temos para a detecção de um impulso que $\sigma_{X_1}^2$, t_2 e t_3 assumem o valor zero e m_{X_1} é igual a D_0 , ver expressão (7.25), logo de (7.77) obtemos

$$W_{\text{ZAIC}}(z) = \frac{1}{2 \cdot \pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{i\omega(D_0 + \kappa \cdot m_{S_{1,1}} - z)}}{\sqrt{1 - i \cdot \omega \cdot 2 \cdot \sigma_{\text{GH}}^2 \cdot D_2}} d\omega = \frac{e^{\frac{D_0 + \kappa \cdot m_{S_{1,1}} - z}{2 \cdot \sigma_{\text{GH}}^2 \cdot D_2}}}{\sqrt{-2 \cdot \pi \cdot \sigma_{\text{GH}}^2 \cdot D_2 \cdot (D_0 + \kappa \cdot m_{S_{1,1}} - z)}} \cdot U(D_0 + \kappa \cdot m_{S_{1,1}} - z) \quad (7.83)$$

em que a função $U(\cdot)$ é a função degrau. O integral da expressão (7.83) foi calculado usando um procedimento análogo ao usado para calcular (7.45).

De (7.83) obtemos, quando B é igual a "1", fazendo a transformação $z = D_0 + \kappa \cdot m_{s,1} + D_2 \cdot x^2$,

$$P(z_{\text{AIC}} < I_d) = 2 \cdot \left\{ \int_{-\infty}^{\sqrt{(I_d - D_0 - \kappa \cdot m_{S_{1,1}})/D_2}} \frac{e^{-\frac{x^2}{2 \cdot \sigma_{\text{GH}}^2}}}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma_{\text{GH}}^2}} dx \right\} = \text{erfc} \left(\sqrt{\frac{I_d - D_0 - \kappa \cdot m_{S_{1,1}}}{2 \cdot D_2 \cdot \sigma_{\text{GH}}^2}} \right) \quad (7.84)$$

Obtendo-se por fim, de acordo com a expressão (7.67), e recordando que na ausência de ruído não temos erros na detecção dos "0" lógicos, desde que o nível de decisão seja, simultaneamente, superior a zero e a $2 \cdot m_{S_{1,1}}$,

$$\text{BER} \approx \frac{1}{8} \cdot \left[\text{erfc} \left(\sqrt{\frac{I_d - D_0}{2 \cdot D_2 \cdot \sigma_{\text{GH}}^2}} \right) + 2 \cdot \text{erfc} \left(\sqrt{\frac{I_d - D_0 - m_{S_{1,1}}}{2 \cdot D_2 \cdot \sigma_{\text{GH}}^2}} \right) + \text{erfc} \left(\sqrt{\frac{I_d - D_0 - 2 \cdot m_{S_{1,1}}}{2 \cdot D_2 \cdot \sigma_{\text{GH}}^2}} \right) \right] \quad (7.85)$$

De modo a calcularmos quer (7.82), quer (7.85) necessitamos de determinar primeiro $m_{S_{1,1}}$. Considerando um receptor do tipo *integrate and dump*, a partir de (7.63), chegamos à seguinte expressão para $m_{S_{1,1}}$

$$m_{S_{1,1}} = I_1 \cdot V \quad (7.86)$$

Em que V é um parâmetro que quantifica a percentagem de energia do impulso adjacente que é integrada na detecção do impulso que estamos a considerar, sendo dado por, ver apêndice E,

$$V = \frac{1}{E_s} \cdot P_0 \cdot \int_{T_{bit}/2-r \cdot T_{bit}}^{T_{bit}/2+T_{bit}+r \cdot T_{bit}} \operatorname{sech}^2\left(\frac{t}{T_0}\right) dt = \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{1 - e^{-2t/T_0}}{1 + e^{-2t/T_0}} \right]_{T_{bit}/2-r \cdot T_{bit}}^{T_{bit}/2+T_{bit}+r \cdot T_{bit}} \quad (7.87)$$

em que r é um factor que quantifica a sobreposição da janela de integração sobre os períodos adjacentes.

Na secção 7.2.2, referimos que a optimização dos sistemas relativamente ao *jitter* e   interferência entre símbolos é frequentemente uma solução de compromisso. Na altura, esta afirmação baseou-se na intuição, agora temos as ferramentas analíticas que nos permitem comprovar a afirmação. Para isso vamos traçar no mesmo gráfico a evolução de V e de T_r em função da largura de banda eléctrica do filtro equalizador, considerando um receptor do tipo *integrate and dump*. Conforme verificámos na secção 7.2.2 quanto maior for T_r maior será a tolerância do sistema relativamente ao *jitter*, por outro lado quanto maior for o parâmetro V maior será a degradação provocada pela interferência entre símbolos.

Conforme podemos comprovar na figura 7.9, ao diminuirmos a largura de banda eléctrica do filtro equalizador do receptor estamos a aumentar a janela do receptor, ou seja estamos a tornar o sistema mais tolerante relativamente ao *jitter*, porém estamos a tornar mais crítico o efeito da ISI, fazendo com que usualmente seja possível melhorar o desempenho dos sistemas relativamente ao *jitter*   custa da degradação relativa   ISI e vice-versa. Recordemos que num filtro do tipo *integrate and dump* diminuir a largura de banda eléctrica corresponde a aumentar a janela de integração.

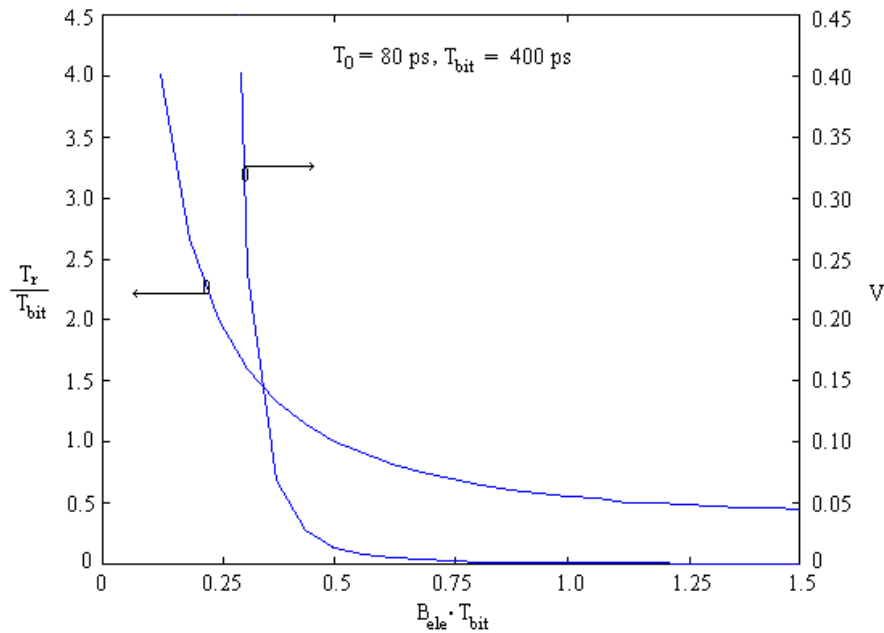


Figura 7.9 - Largura normalizada da janela do receptor e parâmetro V em função do produto da largura de banda eléctrica pelo período do bit.

Na figura 7.10 mostramos o factor r , que quantifica a sobreposição da janela de integração sobre os períodos adjacentes, em função do produto da largura de banda eléctrica pelo período do bit. Quando r assume o valor zero a janela de integração coincide com o período do bit.

A implementação de um receptor do tipo *integrate and dump* com um valor de r positivo, pressupõe a existência de dois ramos no circuito de recepção sendo os impulsos alternadamente detectados num e noutro ramo.

Embora do ponto de vista de implementação prática esta não seja uma solução particularmente interessante, do ponto de vista do tratamento analítico é útil, devido à forma simples da resposta impulsional do filtro *integrate and dump*. As conclusões obtidas para este filtro podem depois ser estendidas a outro tipo de filtros mais facilmente implementáveis.

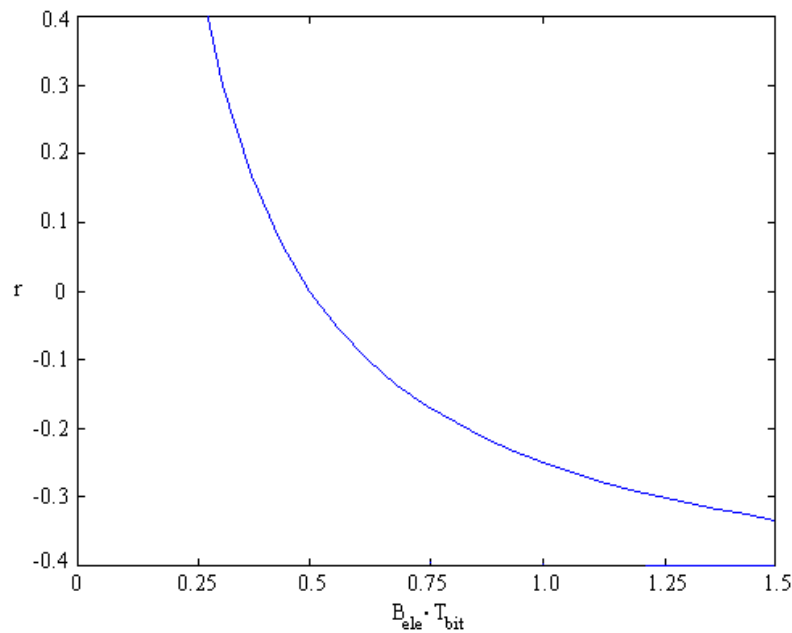


Figura 7.10 - Factor r em função do produto da largura de banda eléctrica pelo período do bit, num receptor do tipo *integrate and dump*.

Na figura 7.11 voltamos a calcular o desempenho do sistema a 2.5 Gbit/s, considerado anteriormente na figura 7.8, agora com um filtro equalizador do tipo *integrate and dump* com r igual a 0.1.

De modo a estimar o desempenho do sistema voltámos a usar o majorante de Chernoff. Na figura 7.11 as circunferências correspondem à aplicação do majorante de Chernoff, considerando o efeito simultâneo do *jitter*, do ruído e da ISI. As cruces correspondem à aplicação do majorante de Chernoff considerando o efeito mais relevante e a interferência entre símbolos, ou seja na parte esquerda do gráfico considerando o efeito do *jitter* e da ISI e na parte direita considerando o ruído e a ISI. A cheio temos a solução exacta considerando apenas o efeito mais relevante e a ISI, ou seja usando as expressões (7.82) e (7.85). A tracejado mostramos o desempenho do sistema, calculado novamente com base nas expressões (7.82) e (7.85), considerando uma janela de integração coincidente com o período do bit, ou seja com r igual a zero.

Da figura 7.11 diversas conclusões podem ser retiradas, desde logo comparando o desempenho do sistema considerando r igual a zero, curva a tracejado, e r igual a 0.1, curva a cheio, verificamos que ao aumentarmos a janela de integração a degradação devida ao *jitter* diminui consideravelmente, parte esquerda da figura 7.11, por outro lado a

degradação devida à ISI aumenta, o que é particularmente visível para larguras dos impulsos superiores a 40 ps. No entanto, próximo da largura dos impulsos óptima, ou seja para impulsos entre os 20 e os 30 ps, a degradação extra introduzida pelo aumento da ISI é insignificante. Fazendo com que do ponto de vista global, admitindo que o majorante de Chernoff nos dá uma aproximação do desempenho do sistema, um sistema cujo desempenho era da ordem de 10^{-21} , ver figura 7.8, apresente agora um desempenho da ordem de 10^{-26} , ou seja cerca de 5 ordens de grandeza melhor. Isto mostra que é possível otimizar o sistema, de modo a ser mais tolerante ao *jitter*, sem introduzir uma degradação considerável do ponto de vista da interferência entre símbolos, na região de operação óptima.

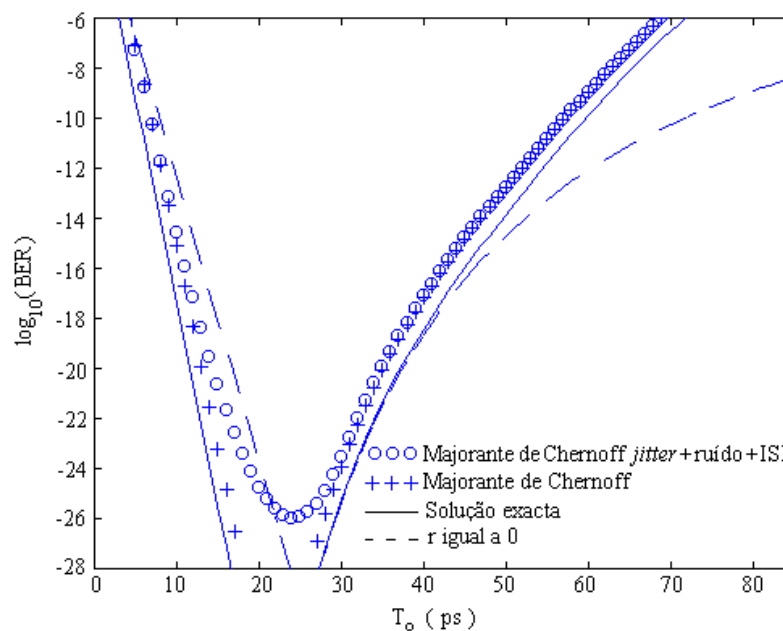


Figura 7.11 - Desempenho do sistema em função da largura do solitão, considerando o efeito do *jitter*, do ruído e da ISI.

Os resultados apresentados na figura 7.11, mostram que um dos maiores problemas dos sistemas baseados em solitões, que é o problema do *jitter*, originado em grande medida por estarmos a lidar com impulsos muito estreitos, pode ser minimizado ao nível do detecção através de um processamento adequado.

7.4 - Conclusões

Com as técnicas de análise de desempenho apresentadas neste capítulo e com os resultados dos capítulos 5 e 6, desenvolvemos um novo método de análise de desempenho, aplicável a sistemas baseados em solitões, que inclui simultaneamente o efeito do ruído, do *jitter* e da interferência entre símbolos.

Mostr mos ainda, que ao incluirmos o efeito da interac o entre solitões na análise da degrada o devida ao *jitter*, se obt m uma descri o da perda de desempenho, originada pela distribui o não gaussiana do *jitter*, sem a necessidade de incluir qualquer correc o   posterior e que explica o limiar verificado na prática.

Verificámos, igualmente, que   possível actuar ao nível do receptor, de modo a reduzir a perda de desempenho originada pelo *jitter* temporal, sem introduzir uma penaliza o extra excessiva ao nível da interferência entre símbolos. Ao aplicarmos esta técnica   optimiza o de um sistema a 2.5 Gbit/s obtivemos ganhos ao nível da probabilidade de erro de aproximadamente 5 ordens de grandeza.

Referências

- [1] James P. Gordon, and Linn F. Mollenauer, Effects of fiber nonlinearities and amplifier spacing on ultra-long distance transmission, *Journal of Lightwave Technology*, vol. 9, n. 2, pp. 170-173, 1991.
- [2] C.R. Menyuk, Non-gaussian corrections to the Gordon-Haus distribution resulting from soliton interactions, *Optics Letters*, vol. 20, n. 3, pp. 285-287, 1995.
- [3] T. Georges, Bit error rate degradation of interacting solitons owing to non-gaussian statistics, *Electronics Letters*, Vol. 31, No. 14, pp. 1174-1175, 1995.
- [4] A. Nolasco Pinto, Govind P. Agrawal, J. Ferreira da Rocha, Effect of soliton interaction on timing jitter in communication systems, *Journal of Lightwave Technology*, Vol. 16, No. 4, pp. 515-519, 1998.
- [5] Ivan P. Kaminow e Thomas L. Koch (editores), *Optical Fiber Telecommunications III A*, Academic Press, San Diego, EUA, 1997, capítulo 12, pp. 397, escrito por L. F. Mollenauer, J. P. Gordon e P. V. Mamyshev.
- [6] Luís Filipe Botelho Ribeiro, *Sistemas de Comunicação com Amplificação Óptica*, Tese de Doutoramento, Universidade de Aveiro, Aveiro, Portugal, 1995.
- [7] Douglas G. Kelly, *Introduction to Probability*, Macmillan Publishing Company, Nova Iorque, EUA, 1994.
- [8] V. K. Rohatgi, *An Introduction to Probability Theory and Mathematical Statistics*, John Wiley & Sons, Nova Iorque, EUA, 1976.