

Capítulo 6

Desempenho e Optimização de Receptores para Solitões

6.1- Introdução

Neste capítulo vamos estudar o receptor óptico pré-amplificado, tendo em consideração o ruído óptico e o ruído eléctrico. Serão ainda analisadas diversas estratégias para a optimização de receptores a utilizar em sistemas de comunicação ópticos baseados em solitões.

Na secção 6.2, seguindo a abordagem sugerida por L. B. Ribeiro, J. F. da Rocha e J. L. Pinto [1], apresentaremos uma descrição analítica detalhada do receptor óptico pré-amplificado, para sistemas baseados em solitões, tendo por base as funções geradoras de momentos das grandezas físicas relevantes.

Na secção 6.3, usando a formulação apresentada na secção 6.2, analisaremos o efeito do ruído de emissão espontânea, proveniente da amplificação óptica, no desempenho de sistemas baseados em solitões. Particular atenção será dada à comparação entre os resultados obtidos nesta tese e os resultados apresentados por D. Marcuse [2, 3].

Nos trabalhos apresentados por D. Marcuse é usado um filtro eléctrico no receptor do tipo *integrate and dump*, em que o período de integração coincide com o período do bit. Na secção 6.4, vamos variar o período de integração do receptor e analisar o desempenho dos sistemas. Iremos determinar o período de integração óptimo e relacioná-lo com a largura dos impulsos.

Na secção 6.5, vamos determinar o desempenho óptimo do receptor e analisar o problema do processamento óptimo, no domínio óptico e eléctrico. Vamos ainda analisar o desempenho com diversos filtros eléctricos do receptor, comparando os resultados obtidos, com os resultados do filtro *integrate and dump* e com o desempenho óptimo.

Finalizaremos este capítulo, secção 6.6, com a análise da degradação do desempenho originada pelo ruído eléctrico do receptor e pelos campos dispersivos resultantes da propagação de impulsos do tipo solitão.

6.2- Modelo analítico do receptor

A taxa de erro, BER, é frequentemente a figura de mérito mais apropriada para avaliar a performance de sistemas de comunicação digitais ponto a ponto. Durante o projecto e análise de um sistema de comunicação baseado em solitões ópticos, o BER é usualmente estimado, recorrendo à simulação e a técnicas analíticas. Nesta secção iremos apresentar um modelo analítico capaz de descrever o comportamento do receptor óptico pré-amplificado, que posteriormente iremos usar para estimar o desempenho de sistemas de comunicação baseados em solitões.

A configuração típica do receptor óptico pré-amplificado usado em sistemas de comunicação baseados em solitões é apresentada na figura 6.1. O sinal óptico que chega ao receptor é processado de modo a recuperarmos a informação transmitida.

O primeiro estágio do receptor corresponde ao andar óptico, e é constituído por um amplificador e um filtro óptico. A função do amplificador é elevar a potência óptica de entrada, o filtro vai remover o ruído fora da banda do sinal. O segundo estágio é constituído pelo fotodetector, que converte o sinal óptico num sinal de corrente no domínio eléctrico. Este sinal vai ser amplificado e formatado pelo filtro equalizador de modo a minimizar o BER do sistema. O circuito de decisão vai comparar, no instante de decisão, o nível do sinal de entrada com um nível de referência, com o objectivo de recuperar o símbolo digital transportado pelo sinal. Para um sistema digital binário, que é o caso mais comum em sistemas baseados em solitões, a presença de um impulso está, usualmente, associada ao símbolo lógico "1" e a ausência de um impulso ao símbolo lógico "0". Neste caso o circuito de decisão compara o nível do sinal de entrada, no instante de decisão, com o nível de referência e assinala a presença de um impulso, ou seja o símbolo lógico "1", caso o sinal de entrada seja superior ao nível de decisão, assinalando a ausência de um impulso, ou seja o símbolo lógico "0", na situação contrária.

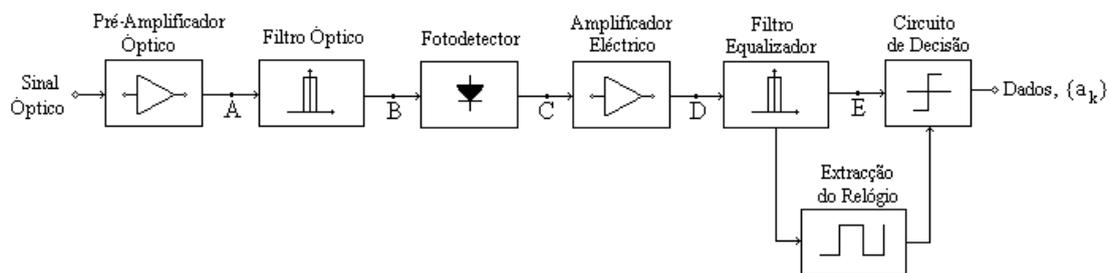


Figura 6.1 - Receptor óptico pré-amplificado.

Assumindo que os símbolos lógicos são equiprováveis e que o nível de decisão é I_d , podemos calcular o BER através da expressão

$$\text{BER} = \frac{1}{2} \cdot p_0(I_d) + \frac{1}{2} \cdot p_1(I_d) = \frac{1}{2} \cdot \int_{I_d}^{+\infty} W_{x_0}(x) dx + \frac{1}{2} \cdot \int_{-\infty}^{I_d} W_{x_1}(x) dx \quad (6.1)$$

em que $p_0(I_d)$, $p_1(I_d)$ e $W_{x_0}(x)$, $W_{x_1}(x)$ são, respectivamente, a probabilidade de erro e a função densidade de probabilidade associada à recepção do símbolo lógico "0" e "1". Recordemos que o nível de decisão I_d , corresponde ao valor de referência que vai ser usado no circuito de decisão para estimar o símbolo lógico.

O nível de decisão deve ser escolhido de forma a minimizar o BER do sistema. Minimizar o BER do sistema corresponde a calcular I_d de tal forma que a expressão (6.1) assumam um valor mínimo. O cálculo do valor de I_d que minimiza a expressão (6.1) é obtido facilmente se tivermos em conta que

$$\int_{-\infty}^{+\infty} W_{X_1}(x) dx = 1 = \int_{-\infty}^{I_d} W_{X_1}(x) dx + \int_{I_d}^{+\infty} W_{X_1}(x) dx \quad (6.2)$$

Atendendo a (6.2) podemos então rescrever (6.1) da seguinte forma

$$\text{BER} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \int_{I_d}^{+\infty} (W_{X_0}(x) - W_{X_1}(x)) dx \quad (6.3)$$

O BER é mínimo se o integral da expressão (6.3) for mínimo, donde I_d deve ser escolhido de modo a satisfazer

$$\frac{d(\text{BER})}{dI_d} = W_{X_1}(I_d) - W_{X_0}(I_d) = 0 \quad (6.4)$$

ou seja

$$W_{X_1}(I_d) = W_{X_0}(I_d) \quad (6.5)$$

Admitindo que quando x é maior do que I_d se verifica

$$W_{X_1}(x) > W_{X_0}(x) \quad (6.6)$$

e que quando x é menor que I_d se verifica

$$W_{X_1}(x) < W_{X_0}(x) \quad (6.7)$$

a condição (6.4) tem uma única solução que corresponde, portanto, ao mínimo absoluto da função (6.3).

Notemos que as condições (6.6) e (6.7) não são estritamente necessárias, porém garantem que o valor de I_d resultante da condição (6.5) para além de ser um extremo

relativo é um mínimo e é único. Caso as condições (6.6) e (6.7) não se verificassem não iríamos poder definir apenas um nível de decisão, mas teríamos um conjunto de regiões, todas aquelas onde se verifica-se (6.6), onde deveríamos decidir pelo símbolo lógico "1", e outro conjunto de regiões, todas aquelas onde se verifica-se (6.7), onde deveríamos decidir pelo símbolo lógico "0", isto para garantir que o BER era mínimo.

Em sistemas baseados em solitões é usual existir um nível de decisão I_d , que satisfaz simultaneamente as condições (6.6) e (6.7). Vamos por isso assumir que I_d existe e é único.

Conforme dissemos anteriormente o sinal óptico à entrada do receptor, vai ser inicialmente amplificado. Contudo, o amplificador óptico para além de amplificar o sinal, vai também adicionar ruído de emissão espontânea. O sinal à saída do amplificador, ponto A da figura 6.1, será então dado por

$$S_A(t) = S(t) + N(t) \quad (6.8)$$

onde $S(t)$ representa a envolvente complexa do sinal, ou seja $S(t)$ representa a sequência de solitões e eventuais campos dispersivos, gerados durante a propagação e $N(t)$ representa a envolvente complexa do campo eléctrico resultante do ruído de emissão espontânea amplificado. Notemos que o ruído considerado é a soma do ruído acumulado durante a propagação com o ruído adicionado pelo pré-amplificador óptico.

Depois de amplificado o sinal é filtrado. Considerando que a largura de banda do filtro óptico é muito maior que a largura de banda do sinal, podemos aproximar o filtro óptico por um filtro ideal com largura de banda B_{opt} .

Considerando que o ruído $N(t)$ é ruído branco gaussiano, a densidade espectral de potência do ruído filtrado será dada por

$$\begin{aligned} N'(f) &= \frac{N_0}{2} \quad , \quad |f - f_c| \leq \frac{B_{opt}}{2} \\ &= 0 \quad , \quad |f - f_c| > \frac{B_{opt}}{2} \end{aligned} \quad (6.9)$$

onde N_0 é o valor da densidade espectral de potência unilateral do ruído de emissão espontânea amplificado e f_c é a frequência central do sinal óptico.

Nesta trabalho vamos referir-nos à densidade espectral de potência do ruído unilateral e bilateral. Embora a utilização desta designação seja comum, nesta área do conhecimento, é importante esclarecermos desde já o seu significado. A designação unilateral será usada quando estivermos a considerar apenas a parte positiva do espectro, a designação bilateral será usada quando estivermos a considerar a parte positiva e a negativa do espectro. Ou seja no caso de ruído branco gaussiano, para obtermos a potência média do ruído devemos multiplicar o valor da densidade espectral de potência do ruído unilateral pela largura de banda óptica, ou então multiplicar o valor da densidade de potência do ruído bilateral por duas vezes a largura de banda óptica. A potência média do ruído filtrado é então dada por

$$E\{|N'(t)|^2\} = N_0 \cdot B_{opt} \quad (6.10)$$

Durante um intervalo de tempo $\Delta\tau$ o ruído filtrado $N'(t)$, pode ser representado em série de Karhunen-Loève (K-L) por [4]

$$N'(t) = \sum_{j=1}^{+\infty} c_j \cdot \varphi_j(t) \quad , \quad t \in \Delta\tau \quad (6.11)$$

onde $\{\varphi_j(t)\}$ é um conjunto de funções ortonormais em $\Delta\tau$, ou seja

$$\int_{\Delta\tau} \varphi_j(t) \cdot \varphi_k^*(t) dt = \delta(j-k) \quad , \quad t \in \Delta\tau \quad (6.12)$$

em que $\delta(j-k)$ é igual a um quando j é igual k e é igual a zero quando j é diferente de k , e os coeficientes c_j , são variáveis aleatórias gaussianas complexas dadas por

$$c_j = \int_{\Delta\tau} N'(t) \cdot \varphi_j^*(t) dt \quad , \quad t \in \Delta\tau \quad (6.13)$$

Os coeficientes c_j , são não correlacionados e estatisticamente independentes, sendo $E\{c_j \cdot c_k^*\} = \lambda_j \cdot \delta(j-k)$, se o conjunto de funções ortogonais satisfizer

$$\int_{\Delta\tau} R(t_1, t_2) \cdot \varphi_j(t_2) dt_2 = \lambda_j \cdot \varphi_j(t_1), \quad t \in \Delta\tau \quad (6.14)$$

onde $R(t_1, t_2)$ é a função auto correlação de $N'(t)$ e $\{\lambda_j\}$ é o conjunto de valores próprios associados com o conjunto de funções $\{\varphi_j(t)\}$.

Notemos que outros autores, nomeadamente D. Marcuse nos trabalhos [2, 3], efectuam a expansão do ruído filtrado em série de Fourier. A expansão em série de Fourier é um caso especial da expansão em série de Karhunen-Loève, em que as funções $\{\varphi_j(t)\}$ são do tipo coseno. A vantagem da expansão em série de Karhunen-Loève é que os coeficientes c_j , são não correlacionados. Muito embora, conforme é mostrado por D. Marcuse em apêndice no trabalho [3], a correlação entre os coeficientes de Fourier seja reduzida, para elevados valores da largura de banda óptica, nesta tese optámos por usar a expansão em série de Karhunen-Loève, por uma questão de rigor e porque o tratamento é em tudo análogo não sendo acrescentado nenhum grau extra de dificuldade.

Se escrevermos os coeficientes c_j , na sua componente real e imaginária como $c_j = c_{r,j} + ic_{i,j}$, pode ser mostrado que $c_{r,j}$ e $c_{i,j}$ são variáveis reais aleatórias com distribuição gaussiana, com média nula e que a sua variância está relacionada com os valores próprios λ_j . Os valores próprios λ_j , têm uma distribuição rectangular com largura dada pelo produto do intervalo temporal pela largura de banda do filtro óptico. Obtém-se então que apenas $M = B_{opt} \cdot \Delta\tau$ valores próprios são diferentes de zero e são iguais a N_0 , sendo a variância de $c_{r,j}$ e $c_{i,j}$ dada por [5]

$$E[c_{r,j}^2] = E[c_{i,j}^2] = \frac{\lambda_j}{2} = \frac{N_0}{2} = \sigma^2 \quad (6.15)$$

Obtemos então a seguinte função para o ruído filtrado

$$N'(t) = \sum_{j=1}^M (c_{r,j} + i \cdot c_{i,j}) \cdot \varphi_j(t), \quad t \in \Delta\tau \quad (6.16)$$

Se usarmos a mesma base de K-L para expandir o sinal $S(t)$ obtemos [4]

$$S(t) \approx \sum_{j=1}^M a_j \cdot \varphi_j(t) = \sum_{j=1}^M (a_{r,j} + i \cdot a_{i,j}) \cdot \varphi_j(t) \quad t \in \Delta\tau \quad (6.17)$$

onde

$$a_{r,j} = \operatorname{Re} \left\{ \int_{\Delta\tau} S(t) \cdot \varphi_j^*(t) dt \right\} \quad (6.18)$$

$$a_{i,j} = \operatorname{Im} \left\{ \int_{\Delta\tau} S(t) \cdot \varphi_j^*(t) dt \right\} \quad (6.19)$$

Recordemos que a largura de banda do filtro óptico considerado é muito maior que a largura de banda do sinal, de modo a que o efeito do filtro sobre o sinal é desprezável.

Considerando um intervalo infinitesimal $\Delta\tau$, centrado em torno de t_k , o número fotoelectrões libertados pelo fotodetector, que iremos assumir como sendo baseado numa junção semicondutora do tipo PIN (PIN - **P**ositive **I**ntrinsic **N**egative), segue uma distribuição de Poisson com média dada por [5]

$$N_k = \rho \cdot \int_{t_k - \frac{\Delta\tau}{2}}^{t_k + \frac{\Delta\tau}{2}} |S(t) + N'(t)|^2 dt \quad (6.20)$$

onde $\rho = \eta / (h \cdot f_c)$ e η é a eficiência quântica do fotodetector, h é a constante de Planck e f_c é a frequência óptica central. Recordemos que estamos a usar a normalização referida no capítulo 2, ver expressão (2.59), de tal modo que a potência óptica é dada pelo quadrado do modulo da envolvente complexa do campo eléctrico.

Substituindo (6.16) e (6.17) em (6.20) e usando a ortonormalidade de $\{\varphi_j(t)\}$ obtemos

$$N_k = \rho \cdot \sum_{j=1}^M \left\{ (a_{r,j} + c_{r,j})^2 + (a_{i,j} + c_{i,j})^2 \right\} \quad (6.21)$$

Como $a_{r,j}$ e $a_{i,j}$ são constantes para um dado sinal $S(t)$, e $c_{r,j}$ e $c_{i,j}$ são variáveis aleatórias gaussianas, temos que N_k é a soma de $2M$ variáveis gaussianas elevadas ao

quadrado, tendo M variáveis média $a_{r,j}$ e as restantes média $a_{i,j}$, e variância σ^2 . Atendendo à independência estatística dos coeficientes $c_{r,j}$ e $c_{i,j}$, N_k tem uma distribuição chi-quadrada não centrada, com $2M$ graus de liberdade [6]. Logo a função geradora de momentos de N_k assume a forma seguinte, tendo em consideração a expressão (6.17) e a ortonormalidade do conjunto de funções $\{\phi_j(t)\}$

$$M_{N_k}(s) = \frac{1}{(1 - \rho \cdot 2 \cdot \sigma^2 \cdot s)^{\frac{2 \cdot M}{2}}} \cdot \exp\left(\frac{\rho \cdot s \cdot \sum_{j=1}^M (a_{r,j}^2 + a_{i,j}^2)}{1 - \rho \cdot 2 \cdot \sigma^2 \cdot s}\right) = \frac{\exp\left(\frac{\rho \cdot s \cdot h_p(t_k) \cdot \Delta\tau}{1 - \rho \cdot 2 \cdot \sigma^2 \cdot s}\right)}{(1 - \rho \cdot 2 \cdot \sigma^2 \cdot s)^M} \quad (6.22)$$

onde $h_p(t_k)$ é a potência óptica depois do pré-amplificador óptico no instante t_k .

Até este ponto temos considerado a polarização do ruído coincidente com a polarização do sinal. No caso do receptor não remover o ruído não coincidente com a polarização do sinal, a expansão de K-L do ruído de ASE tem o dobro dos termos, pois neste caso existe um grau de liberdade adicional para cada componente espectral do ruído, devemos por isso escrever (6.21) da seguinte forma [2]

$$N_k = \rho \cdot \sum_{j=1}^M \left\{ (a_{r,j,\parallel} + c_{r,j,\parallel})^2 + (a_{i,j,\parallel} + c_{i,j,\parallel})^2 \right\} + \rho \cdot \sum_{j=1}^M \left\{ (c_{r,j,\perp})^2 + (c_{i,j,\perp})^2 \right\} \quad (6.23)$$

onde $c_{r,j,\perp}$ e $c_{i,j,\perp}$ são os termos da expansão em série da componente do ruído ortogonal ao sinal $S(t)$. Estes termos não afectam o batimento sinal - sinal assim como não afectam os componentes devido ao batimento sinal - ruído, pois o sinal apenas faz o batimento com o ruído na mesma polarização. No entanto o ruído ortogonal com o sinal dobra os batimentos ruído - ruído. Temos neste caso uma soma de $4 \cdot M$ variáveis gaussianas elevadas ao quadrado, cada uma com variância dada por σ^2 , tendo metade delas média nula. As variáveis com média nula correspondem ao segundo somatório da expressão (6.23). Temos assim que N_k tem uma distribuição chi-quadrada, com $4 \cdot M$ graus de liberdade.

Repetindo o raciocínio efectuado para obter a expressão (6.22), verificamos imediatamente que podemos generalizar a função geradora de momentos de N_k , escrevendo na expressão (6.22) M da forma seguinte

$$M = p \cdot B_{\text{opt}} \cdot \Delta\tau \quad (6.24)$$

em que p assume o valor um quando estivermos a considerar apenas a componente do ruído coincidente com a polarização do sinal e p assume o valor dois quando considerarmos todo o ruído, independentemente da polarização.

A função geradora de momentos de N_k , expressão (6.22), caracteriza estatisticamente o número de fotoelectrões gerados no fotodetector, devido à acção do campo óptico incidente. Porém de modo a obtermos a corrente à entrada do circuito de decisão temos que considerar o efeito da resposta impulsional do circuito equalizador.

A corrente no instante t , originada pelos N_k fotoelectrões gerados no intervalo de tempo $\Delta\tau$ em torno de t_k será dada por

$$x_k(t) = N_k \cdot q \cdot h_r(t - t_k) \quad , t \geq t_k \quad (6.25)$$

onde $h_r(t)$ é a resposta impulsional do filtro equalizador e q é a carga do electrão.

Durante este trabalho iremos usar a designação de filtro equalizador, quando pretendermos salientar o papel do circuito eléctrico na formatação dos impulsos antes do circuito de decisão, usaremos a designação de filtro eléctrico quando pretendermos salientar o facto de operar no domínio eléctrico. Notemos ainda que embora na figura 6.1 apareçam dois blocos distintos para o circuito eléctrico, um para o amplificador e outro para o filtro, a resposta impulsional considerada $h_r(t)$ deve ser entendida como a resposta impulsional global da cascata dos dois blocos.

Da expressão (6.25) obtém-se a seguinte função geradora de momentos para a corrente à entrada do circuito de decisão $X_k = x_k(t)$

$$M_{X_k}(s, t) = E\left\{e^{sN_k \cdot q \cdot h_r(t-t_k)}\right\} = M_{N_k}(s \cdot q \cdot h_r(t - t_k)) \quad (6.26)$$

Tendo em consideração que o número de fotoelectrões efectivamente gerados segue uma distribuição de Poisson cujo valor médio é N_k , temos para a função probabilidade do número de fotoelectrões a função seguinte [5]

$$P(u_k) = \frac{e^{-N_k} \cdot (N_k)^{u_k}}{u_k!} \quad (6.27)$$

onde u_k representa o número de fotoelectrões efectivamente gerados no intervalo de tempo $\Delta\tau$ em torno de t_k . A incerteza no número de fotoelectrões gerados num dado intervalo de tempo d  origem ao ruído quântico. Notemos que o efeito do ruído de emissão espontânea está incluído na incerteza de N_k .

A corrente no instante t , originada pelos u_k fotoelectrões gerados no intervalo de tempo $\Delta\tau$ em torno de t_k será dada por

$$x_k(t) = u_k \cdot q \cdot h_r(t - t_k) \quad , t \geq t_k \quad (6.28)$$

A função geradora de momentos para a corrente no instante t devida aos fotoelectrões gerados no intervalo de tempo $\Delta\tau$ em torno de t_k e condicionada a N_k é dada por

$$\begin{aligned} M_{X_k}(s|N_k, t) &= E\left\{e^{s u_k q \cdot h_r(t-t_k)}\right\} = \sum_{u_k=0}^{+\infty} \left\{ \frac{e^{-N_k} \cdot (N_k)^{u_k}}{u_k!} \cdot e^{s u_k q \cdot h_r(t-t_k)} \right\} \\ &= e^{-N_k} \cdot \sum_{u_k=0}^{+\infty} \left\{ \frac{(N_k \cdot e^{s q \cdot h_r(t-t_k)})^{u_k}}{u_k!} \right\} \\ &= e^{-N_k} \cdot \exp(N_k \cdot e^{s q \cdot h_r(t-t_k)}) \\ &= \exp\left[N_k \cdot (\exp(s \cdot q \cdot h_r(t-t_k)) - 1)\right] \end{aligned} \quad (6.29)$$

De (6.29) podemos obter a função geradora de momentos não condicionada

$$\begin{aligned} M_{X_k}(s, t) &= E_{N_k} \left\{ M_{X_k}(s|N_k, t) \right\} = E_{N_k} \left\{ \exp\left[N_k \cdot (\exp(s \cdot q \cdot h_r(t-t_k)) - 1)\right] \right\} \\ &= M_{N_k} \left(\exp(s \cdot q \cdot h_r(t-t_k)) - 1 \right) \end{aligned} \quad (6.30)$$

Comparando as expressões (6.26) e (6.30), podemos observar que desprezar o ruído quântico significa considerar a aproximação $e^{s \cdot q \cdot h_r(t-\tau)} - 1 \approx s \cdot q \cdot h_r(t-\tau)$, no argumento da função geradora de momentos do número de fotoelectrões gerados no intervalo de tempo $\Delta\tau$ em torno de t_k .

Usando (6.15), (6.22), (6.24) e (6.30) e tendo em consideração a contribuição dos fotoelectrões gerados em todos os intervalos $[t_k - \Delta\tau/2, t_k + \Delta\tau/2]$ com $t_k = k \cdot \Delta\tau$, sendo k um inteiro a variar entre $-\infty$ e $+\infty$, obtemos a seguinte função geradora de momentos para a corrente gerada por um impulso $h_p(\tau)$, ou seja para o símbolo lógico "1", no instante de tempo t .

$$M_{X_1}(s, t) = \frac{\exp\left\{\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\rho \cdot h_p(\tau) \cdot (e^{s \cdot q \cdot h_r(t-\tau)} - 1)}{1 - \rho \cdot N_0 \cdot (e^{s \cdot q \cdot h_r(t-\tau)} - 1)} d\tau\right\}}{\exp\left\{p \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} B_{opt} \cdot \ln[1 - \rho \cdot N_0 \cdot (e^{s \cdot q \cdot h_r(t-\tau)} - 1)] d\tau\right\}} \quad (6.31)$$

Este resultado foi apresentado pela primeira vez por L. B. Ribeiro, J. F. da Rocha e J. L. Pinto no trabalho [1], e iremos aplica-lo nesta tese a sistemas de comunicação ópticos baseados em solitões.

Desprezando, por agora, os campos dispersivos, na presença de um impulso do tipo solitão temos $h_p(\tau) = P_p \cdot \text{sech}^2(\tau/T_0)$, em que P_p é a potência de pico do solitão depois do pré-amplificador óptico. Na ausência de impulso, ou seja para o símbolo lógico "0", temos $h_p(\tau) = 0$, obtendo-se a seguinte função geradora de momentos

$$M_{X_0}(s, t) = \frac{1}{\exp\left\{p \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} B_{opt} \cdot \ln[1 - \rho \cdot N_0 \cdot (e^{s \cdot q \cdot h_r(t-\tau)} - 1)] d\tau\right\}} \quad (6.32)$$

A partir das funções geradoras de momentos para a corrente à entrada do circuito de decisão podemos calcular o BER do sistema. Notemos que temos-nos referido sempre à corrente do receptor, porém na prática é por vezes mais vantajoso o receptor operar sobre um sinal de tensão. Esta conversão de um sinal de corrente para um sinal de tensão é

usualmente efectuada por um amplificador de transimpedância que segue o fotodetector. Na análise analítica esta conversão pode ser incluída através da resposta impulsional do circuito equalizador, não alterando em nada o tratamento analítico apresentado até aqui. Iremos pois a partir de agora, referir-nos indistintamente ao sinal à entrada do circuito de decisão.

Da função geradora de momentos para um dado símbolo lógico, expressões (6.31) e (6.32), podemos obter a função característica, calculando a função geradora de momentos no eixo imaginário, fazendo $s = i\omega$, para um dado instante de decisão. Da função característica obtemos a função densidade de probabilidade $W_X(x)$, através da transformada inversa de Fourier, ou seja

$$W_X(x) = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} M_X(i\omega, t_d) \cdot e^{-i\omega x} d\omega \quad (6.33)$$

e obtemos o BER do sistema a partir da expressão (6.1).

6.3 - Receptor *integrate and dump*

Nesta secção, iremos considerar um receptor do tipo *integrate and dump*. Este receptor tem um filtro equalizador que integra a potência óptica do impulso, sendo posteriormente este valor comparado com um nível de decisão e estimado o símbolo lógico.

Os receptores do tipo *integrate and dump* apresentam usualmente bons desempenhos para sistemas com formatação NRZ. Nesta secção iremos analisar o desempenho deste tipo de receptores em sistemas com formatação do tipo solitão. O filtro usado num receptor do tipo *integrate and dump* simples apresenta uma resposta impulsional rectangular, conforme pode ser observado na figura 6.2.

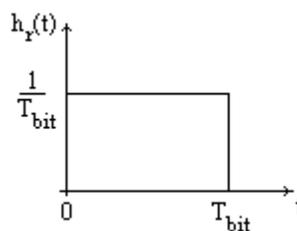


Figura 6.2 - Resposta impulsional do receptor *integrate and dump* simples.

Considerando a resposta impulsional do filtro, $h(t)=1/T_{\text{bit}}\text{rect}((t-T_{\text{bit}}/2)/T_{\text{bit}})$, o ruído óptico apenas na polarização do sinal, ou seja $p=1$, e desprezando o ruído quântico, obtemos, a partir das funções geradoras de momentos (6.31) e (6.32), as seguintes funções característica para o valor do sinal, à entrada do circuito de decisão, no final do bit, ou seja para $t = T_{\text{bit}}$

$$M_{X_{0,\text{ID}}}(i\omega, T_{\text{bit}}) = \frac{1}{\left[1 - \frac{i \cdot \omega \cdot N_o \cdot \rho \cdot q}{T_{\text{bit}}}\right]^{B_{\text{opt}} \cdot T_{\text{bit}}}} \quad (6.34)$$

e

$$M_{X_{1,\text{ID}}}(i\omega, T_{\text{bit}}) = \frac{\exp\left\{\frac{i \cdot \omega \cdot \rho \cdot q}{1 - \frac{i \cdot \omega \cdot N_o \cdot \rho \cdot q}{T_{\text{bit}}}} \cdot \frac{1}{T_{\text{bit}}} \int_0^{T_{\text{bit}}} h_p(\tau) d\tau\right\}}{\left[1 - \frac{i \cdot \omega \cdot N_o \cdot \rho \cdot q}{T_{\text{bit}}}\right]^{B_{\text{opt}} \cdot T_{\text{bit}}}} \quad (6.35)$$

respectivamente na ausência e presença de um impulso. Notemos que os limites de integração que aparecem nas expressões (6.31) e (6.32), ou seja $-\infty$ e $+\infty$, foram substituídos por 0 e T_{bit} , pois a resposta impulsional do filtro equalizador é nula para valores de t inferiores a 0 e superiores a T_{bit} , conforme se pode observar na figura 6.2.

Se considerarmos um impulso rectangular, com largura coincidente com T_{bit} , obtemos o mesmo resultado obtido por D. Marcuse, expressão (10) e (20) do trabalho [2]. Devemos contudo ter em consideração, que no trabalho de D. Marcuse, a variância da parte real e imaginária de cada componente espectral do ruído, ver expressão (7) de [2], é dada por $N_o/(2 \cdot T_{\text{bit}})$.

6.3.1 - Determinação do BER

Seguindo o trabalho apresentado por D. Marcuse, podemos calcular a função densidade de probabilidade para cada um dos símbolos lógicos, através da transformada inversa de Fourier das funções características (6.34) e (6.35), ou seja

$$W_{X_{0,ID}}(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} M_{X_{0,ID}}(i\omega) \cdot e^{-i\omega x} d\omega \quad (6.36)$$

e

$$W_{X_{1,ID}}(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} M_{X_{1,ID}}(i\omega) \cdot e^{-i\omega x} d\omega \quad (6.37)$$

O calculo do integral (6.36) pode ser feito utilizando o método dos resíduos após sucessivas integrações por partes, o integral (6.37) pode ser calculado utilizando uma tabela de transformadas de Laplace, conforme é apresentado no trabalho [2].

Obtêm-se então as seguintes funções densidade de probabilidade para o sinal à entrada do circuito de decisão, respectivamente, para a detecção do símbolo lógico "0" e "1",

$$W_{X_{0,ID}}(x) = \left(\frac{T_{\text{bit}}}{\rho \cdot q \cdot N_o} \right)^M \cdot \frac{x^{M-1}}{(M-1)!} \cdot \exp\left(-\frac{T_{\text{bit}}}{\rho \cdot q \cdot N_o} \cdot x \right) \quad (6.38)$$

e

$$W_{X_{1,ID}}(x) = (M/I_0) \cdot (x/I_1)^{(M-1)/2} \cdot \exp\left(-M \cdot \frac{x+I_1}{I_0} \right) \cdot I_{M-1}\left(2 \cdot M \cdot \frac{\sqrt{x \cdot I_1}}{I_0} \right) \quad (6.39)$$

onde $I_{M-1}(\cdot)$ representa a função de Bessel modificada de ordem $M-1$, $I_0 = \rho \cdot q \cdot N_o \cdot B_0$ e $I_1 = \rho \cdot q \cdot E_p / T_{\text{bit}}$, sendo E_p a energia do impulso depois do pré-amplificador óptico, ponto A da figura 6.1.

Notemos que I_0 representa a corrente à entrada do circuito de decisão, no final do bit, quando é recebido o símbolo lógico "0". A contribuição para I_0 é apenas devida ao ruído de emissão espontânea, pois estamos a desprezar os campos dispersivos e a assumir que o sinal é nulo para o símbolo lógico "0". Por outro lado I_1 representa a corrente à entrada do circuito de decisão, no final do bit, devida à recepção de um impulso, considerando a ausência de ruído. Temos assim que o quociente entre I_1 e I_0 nos dá uma razão entre a potência média do sinal, no período do bit correspondente ao "1" lógico, quando o ruído é nulo, e a potência média do ruído quando o sinal é nulo, ou seja no

período do bit correspondente ao "0" lógico. Seguindo a mesma terminologia de D. Marcuse iremos designar esta razão com sendo a relação sinal-ruído (SNR).

Considerando $I_1 = 21$ mA, $I_0 = 6$ mA e $M = 3$, obtemos o gráfico da figura 6.3 para as funções densidade de probabilidade para cada um dos símbolos lógicos.

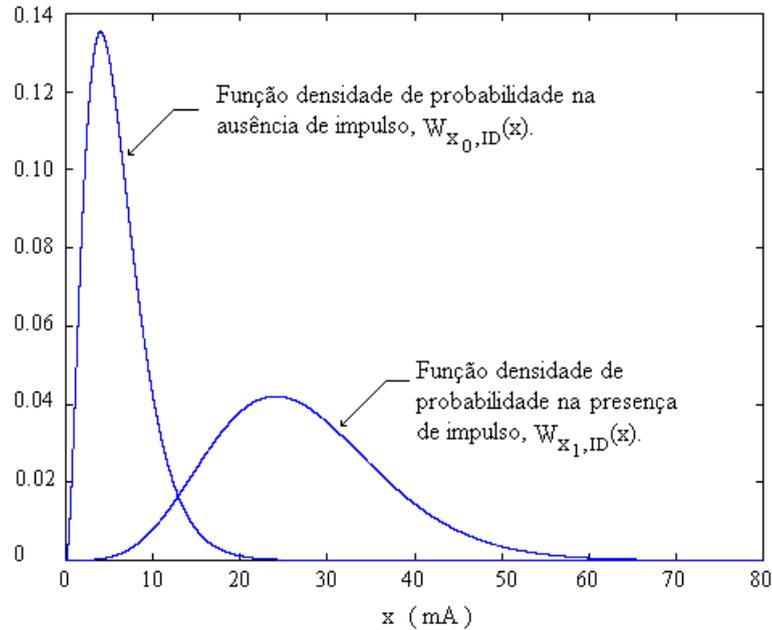


Figura 6.3 - Funções densidade de probabilidade da corrente à entrada do circuito de decisão para cada um dos símbolos lógicos.

Devemos notar que no caso da ausência de impulso, ou seja para o "0" lógico, a média e a variância de x assumem o valor de I_0 e I_0^2/M , respectivamente. Na presença de um impulso a média de x assume o valor de $I_0 + I_1$ e a variância $(2 \cdot I_1 \cdot I_0)/M + I_0^2/M$. A média e a variância podem ser obtidas directamente através do cálculo da primeira e segunda derivada na origem das funções geradoras de momentos, expressões (6.31) e (6.32), desprezando o ruído quântico e considerando um receptor do tipo *integrate and dump*, ver expressões (6.42) a (6.45).

Uma aproximação algumas vezes efectuada na determinação do BER, consiste em assumir que a função densidade de probabilidade da variável decisória é gaussiana. Neste caso obtém-se

$$W_{X_{0g},ID}(x) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma_0^2}} \cdot \exp\left(-\frac{(x - m_0)^2}{2 \cdot \sigma_0^2}\right) \quad (6.40)$$

e

$$W_{X_{1g},ID}(x) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma_1^2}} \cdot \exp\left(-\frac{(x - m_1)^2}{2 \cdot \sigma_1^2}\right) \quad (6.41)$$

respectivamente para a ausência e presença de um impulso, com

$$m_0 = \left. \frac{\partial M_{X_0}(s)}{\partial s} \right|_{s=0} = I_0 \quad (6.42)$$

$$\sigma_0^2 = \left. \frac{\partial^2 M_{X_0}(s)}{\partial s^2} \right|_{s=0} - m_0^2 = \frac{I_0^2}{M} \quad (6.43)$$

$$m_1 = \left. \frac{\partial M_{X_1}(s)}{\partial s} \right|_{s=0} = I_0 + I_1 \quad (6.44)$$

e

$$\sigma_1^2 = \left. \frac{\partial^2 M_{X_1}(s)}{\partial s^2} \right|_{s=0} - m_1^2 = \frac{2 \cdot I_1 \cdot I_0}{M} + \frac{I_0^2}{M} \quad (6.45)$$

Esta aproximação é baseada no facto do campo eléctrico, resultante da adição ao sinal óptico do ruído de emissão espontânea, ter uma distribuição gaussiana, com média igual ao sinal óptico em cada instante e variância dada pelo produto da densidade espectral de potência unilateral pela largura de banda óptica. Este campo eléctrico vai ser quadrado no fotodetector originando três termos, um proporcional ao quadrado do campo eléctrico, outro proporcional ao produto do sinal pelo ruído e outro proporcional ao ruído ao quadrado. Como o sinal não é aleatório o termo resultante do batimento sinal - sinal tem um comportamento determinístico, por sua vez o termo resultante do batimento sinal - ruído mantém a distribuição gaussiana do ruído, apenas o termo resultante do batimento ruído - ruído deixa de poder ser caracterizado por uma distribuição gaussiana para passar a ter uma distribuição chi-quadrada. A variável soma destes três termos não vai apresentar uma

distribuição gaussiana, porém é interessante considerar a aproximação gaussiana pela facilidade com que se pode obter a média e a variância, através do cálculo na origem da primeira e segunda derivada da função geradora de momentos, e assim obter uma aproximação para o BER do sistema.

Admitindo que os símbolos são equiprováveis, para calcular o BER devemos calcular o integral das funções densidade de probabilidade, de acordo com a expressão (6.1), ou seja

$$\text{BER} = \frac{1}{2} [p_0(I_d) + p_1(I_d)] \quad (6.46)$$

com

$$p_0(I_d) = \int_{I_d}^{+\infty} W_{x_0}(x) dx \quad (6.47)$$

e

$$p_1(I_d) = \int_{-\infty}^{I_d} W_{x_1}(x) dx \quad (6.48)$$

Calculando os respectivos integrais, usando as funções densidade de probabilidade dadas por (6.38) e (6.39), obtém-se as seguintes probabilidades de erro condicionadas a cada um dos símbolos lógicos [2]

$$p_0(I_d) = \frac{1}{(M-1)!} \cdot \Gamma\left(M, \frac{I_d \cdot T_{\text{bit}}}{\rho \cdot q \cdot N_0}\right) \quad (6.49)$$

$$p_1(I_d) \approx \frac{1}{2} \sqrt{\frac{I_0}{\pi \cdot M \cdot y}} \cdot \frac{I_1^{1/4}}{I_{d0}^{1/4}} \left[1 + \frac{I_0}{4 \cdot M} \frac{\sqrt{y} - 2 \cdot \sqrt{I_{d0}}}{y \cdot \sqrt{I_{d0}}} \right] \cdot \exp\left(-\frac{M \cdot y}{I_0}\right) \quad (6.50)$$

onde $\Gamma(\cdot, \cdot)$ é a função gama incompleta,

$$I_{d0} = I_d - I_0 \quad (6.51)$$

e

$$y = \left(\sqrt{I_1} - \sqrt{I_{d0}}\right)^2 \quad (6.52)$$

Para calcularmos o BER temos que definir o nível de decisão óptimo I_d , ver expressão (6.46). Conforme vimos anteriormente, de modo a minimizarmos o BER, o nível de decisão deve satisfazer a equação (6.5). Calculando o logaritmo de ambos os membros da expressão (6.5), com as funções densidade de probabilidade dadas por (6.38) e (6.39), obtêm-se, após alguma manipulação algébrica, a seguinte equação para o nível de decisão óptimo normalizado [2]

$$v_d = 1 + \frac{1}{4 \cdot M^2 \cdot v} \left\{ M \cdot v - \frac{1}{4} \cdot \ln(v) - \ln(A) + (M-1) \cdot \ln(v_d) + \frac{3}{4} \cdot \ln(v_d - 1) \right\}^2 \quad (6.53)$$

onde

$$v_d = \frac{I_d}{I_0} \quad (6.54)$$

$$v = \text{SNR} = \frac{I_1}{I_0} \quad (6.55)$$

e

$$A = \frac{\Gamma(M)}{2 \cdot M^{M-1} \sqrt{\pi \cdot M}} \quad (6.56)$$

onde $\Gamma(\cdot)$ é a função gama.

Devemos notar que a equação (6.53) não tem uma solução fechada, devendo por isso ser resolvida numericamente. Tendo em atenção que quando a relação SNR tende para infinito, v_d/v tende para 1/4 este é um bom valor para ser usado como primeira aproximação no processo numérico de resolução da equação (6.53).

Na figura 6.4 mostra-se a razão entre o nível de decisão óptimo I_d e I_1 , ou seja v_d/v , em função da relação SNR para diferentes valores de $M = B_{\text{opt}} \cdot T_{\text{bit}}$.

Pela análise do gráfico da figura 6.4 podemos constatar que o nível de decisão óptimo varia pouco com M , ou seja com o produto da largura de banda do filtro óptico pelo período do bit. Notemos que isto significa que o nível de decisão óptimo é pouco sensível a alterações no ritmo de transmissão. Podemos notar ainda que desde que a

relação SNR não seja inferior a 50, o nível de decisão óptimo se situa entre os 25% e os 30% de I_1 .

Após termos determinado o nível de decisão óptimo, podemos calcular o BER do sistema a partir das expressões (6.46), (6.49) e (6.50).

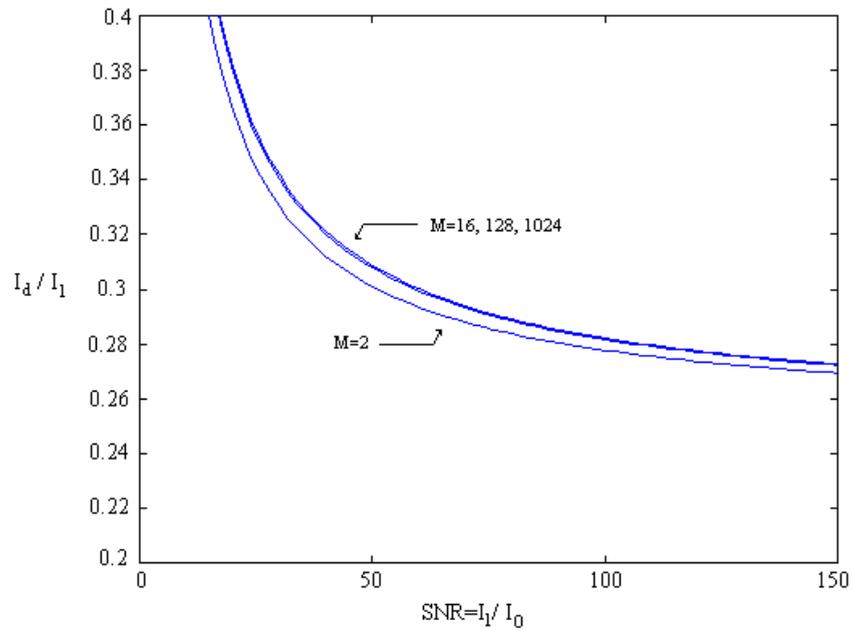


Figura 6.4 - Nível de decisão em função da relação SNR.

Se usarmos a aproximação gaussiana, ou seja as funções densidade de probabilidade dadas por (6.40) e (6.41), ao igualarmos as expressões densidade de probabilidade de acordo com a expressão (6.5), para obtermos o nível de decisão óptimo, podemos ter em consideração a rápida variação do valor da função exponencial com o argumento, e obter uma aproximação para o nível de decisão igualando apenas os argumentos das exponenciais, ou seja

$$-\frac{(x - m_0)^2}{2 \cdot \sigma_0^2} = -\frac{(x - m_1)^2}{2 \cdot \sigma_1^2} \quad (6.57)$$

Atendendo que as funções densidade de probabilidade se intersectam na região descendente da função densidade de probabilidade do símbolo "0" e ascendente do símbolo "1", obtêm-se de (6.57)

$$\frac{I_d - m_0}{\sigma_0} = -\frac{I_d - m_1}{\sigma_1} \quad (6.58)$$

Fazendo a mudança de variável $\Omega = (x - m_0) / \sigma_0$, na expressão (6.47), e $\Omega = (x - m_1) / \sigma_1$, na expressão (6.48), e tendo em consideração (6.58) obtemos

$$\text{BER} = \text{Pe}_{0g} = \text{Pe}_{1g} = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \pi} \cdot \int_k^{+\infty} \exp(-\Omega^2 / 2) d\Omega \quad (6.59)$$

com $k = (I_d - m_0) / \sigma_0 = (m_1 - I_d) / \sigma_1$. De (6.58) podemos escrever

$$I_d = \frac{\sigma_0 \cdot m_1 + \sigma_1 \cdot m_0}{\sigma_0 + \sigma_1} \quad (6.60)$$

obtendo-se $k = (m_1 - m_0) / (\sigma_1 + \sigma_0)$.

Definindo a função $Q(k)$ como sendo

$$Q(k) = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \pi} \cdot \int_k^{+\infty} \exp(-\Omega^2 / 2) d\Omega = \frac{1}{2} \cdot \text{erfc}\left(\frac{k}{\sqrt{2}}\right) \quad (6.61)$$

e considerando uma aproximação da função de erro complementar, frequentemente usada e válida para valores de $k > 3$ temos

$$\text{BER} = Q(k) \approx \frac{\exp(-k^2 / 2)}{\sqrt{2} \cdot \pi \cdot k}, \quad k > 3 \quad (6.62)$$

Tendo em conta a expressão (6.62) podemos observar como o cálculo do BER usando a aproximação gaussiana é muito mais simples que o cálculo do BER através das expressões (6.46), (6.49) e (6.50), porém este ganho de simplicidade é obtido à custa da perda de rigor. No entanto, conforme iremos comprovar os resultados obtidos com a aproximação gaussiana permitem-nos, frequentemente, obter uma boa aproximação das performances do sistema.

É ainda possível simplificar a expressão (6.62) considerando uma aproximação para o desempenho do sistema válida para valores da relação SNR elevados. Atendendo às

expressões (6.42) a (6.45), respectivamente para m_0 , σ_0^2 , m_1 e σ_1^2 e tendo em conta que a relação $\text{SNR} = I_1 / I_0$, podemos rescrever k como sendo

$$k = \frac{m_1 - m_0}{\sigma_0 + \sigma_1} = \frac{\text{SNR}}{\sqrt{2 \cdot \text{SNR} + 1}} \cdot \sqrt{M} \quad (6.63)$$

Considerando uma relação $\text{SNR} \gg 1$ temos $k \approx \sqrt{\frac{\text{SNR} \cdot M}{2}} = \sqrt{\frac{E_p}{2 \cdot N_0}}$, obtendo-se

$$\text{BER} \approx Q \left\{ \sqrt{\frac{E_p}{2 \cdot N_0}} \right\} \quad (6.64)$$

A expressão (6.64), válida para valores da relação SNR elevados, coloca em evidência o papel fundamental da energia do impulso e da densidade espectral de potência do ruído de emissão espontânea. Voltaremos a analisar este aspecto, na secção 6.5.1, quando discutirmos o desempenho óptimo do sistema.

6.3.2 - Análise de desempenho

Tendo por base a formulação anteriormente desenvolvida vamos analisar o impacto do ruído de emissão espontânea no desempenho de sistemas de comunicação baseados em solitões, assumindo que o receptor é do tipo *integrate and dump*.

De acordo com os resultados apresentados no capítulo 3, ver expressão (3.4), a potência de pico do solitão fundamental é dada por

$$P_0 = \frac{1}{\gamma \cdot L_D} = \frac{|\beta_2|}{\gamma \cdot T_0^2} \quad (6.65)$$

sendo a energia do solitão dada por $E_s = 2 \cdot P_0 \cdot T_0$, ver o apêndice E.

Para simplificar o formalismo do tratamento analítico vamos assumir que o ganho óptico do pré-amplificador é igual ao ganho dos amplificadores colocados periodicamente ao longo do sistema para compensarem as perdas ópticas. Logo a energia do impulso à saída do pré-amplificador óptico do receptor, ponto A da figura 6.1, é dada por

$$E_p = Q \cdot E_s = Q \cdot 2 \cdot \frac{|\beta_2|}{\gamma} \cdot \frac{1}{T_0} \quad (6.66)$$

Da expressão (6.66) podemos constatar que a energia do impulso à saída do pré-amplificador é inversamente proporcional à sua largura. Tendo em conta a expressão (6.66), podemos ainda escrever a relação SNR na forma seguinte

$$\text{SNR} = \frac{I_1}{I_0} = \frac{E_p/T_{\text{bit}}}{N_0 \cdot B_{\text{opt}}} = 2 \cdot Q \cdot \frac{|\beta_2|}{\gamma} \cdot \frac{1}{T_0 \cdot T_{\text{bit}}} \cdot \frac{1}{N_0 \cdot B_{\text{opt}}} \quad (6.67)$$

A expressão (6.66) para a energia do impulso é bastante interessante, pois mostra que num sistema baseado em solitões a energia do impulso não depende do ritmo de transmissão, em oposição com os sistemas com formatação NRZ em que a energia do impulso é inversamente proporcional ao ritmo de transmissão.

Para calcularmos a energia do impulso em sistemas com formatação NRZ basta considerarmos a forma do impulso rectangular, ou seja

$$h_p(t) = P_p \cdot \text{rect}\left(\frac{t - T_{\text{bit}}/2}{T_{\text{bit}}}\right) \quad (6.68)$$

obtendo-se para a energia do impulso

$$E_{\text{NRZ}} = P_p \cdot T_{\text{bit}} \quad (6.69)$$

Notemos que P_p , na expressão (6.68) e (6.69), está limitado pelas distorções não lineares introduzidas pelo canal óptico. Pelo contrário em sistemas baseados em solitões, onde a dispersão cromática compensa a auto modulação de fase, as limitações para o aumento da energia do impulso serão introduzidas pelo efeito de Gordon-Haus. De facto, como observámos no capítulo 5 e analisaremos em detalhe no capítulo 7, este efeito coloca um limite inferior à largura dos impulsos, fazendo com que a partir de um dado limiar os ganhos obtidos com o aumento da energia do solitão sejam perdidos devido ao incremento do *jitter* temporal.

Conforme podemos observar na expressão (6.64), é possível melhorar o desempenho de um sistema baseado em solitões, aumentando a energia dos impulsos ou diminuindo a densidade espectral de potência do ruído de emissão espontânea amplificada.

O aumento da energia dos impulsos está limitado pelo efeito de Gordon-Haus, conforme iremos ver em detalhe no capítulo 7. A diminuição da densidade espectral de potência do ruído está limitada essencialmente por critérios económicos. Para esclarecer melhor este aspecto, vamos estimar a densidade espectral de potência do ruído de emissão espontânea amplificada após o pré-amplificador óptico do receptor.

Tendo em conta que o valor da densidade espectral de potência bilateral do ruído à saída de um amplificador óptico é dado por

$$S_{sp} = (G - 1) \cdot n_{sp} \cdot h \cdot f_0 \quad (6.70)$$

onde G é o ganho em potência do amplificador, e admitindo que a potência média do ruído esta igualmente dividida pelas duas polarizações ortogonais, temos que depois de uma cadeia de N_a amplificadores o valor da densidade espectral de potência bilateral do ruído, considerando apenas o ruído coincidente com a polarização do sinal será dado por

$$S_{sp, N_a} = \frac{N_0}{2} = N_a \cdot \frac{1}{2} \cdot (G - 1) \cdot n_{sp} \cdot h \cdot f_0 \quad (6.71)$$

Atendendo a que o ganho de cada amplificador vai compensar as perdas da fibra, ou seja $G = \exp(\alpha \cdot L_a)$, em que L_a é o espaçamento entre amplificadores, podemos escrever o valor da densidade espectral de ruído bilateral após o pré-amplificador óptico do receptor, ponto A da figura 6.1, como

$$S_{sp, N_a} = \frac{N_0}{2} = \frac{1}{2} \cdot L_T \cdot \frac{(e^{\alpha \cdot L_a} - 1)}{L_a} \cdot n_{sp} \cdot h \cdot f_0 \quad (6.72)$$

em que L_T é o comprimento total do sistema. Notemos que ao escrevermos a expressão (6.72) fizemos a aproximação $N_a \approx L_T/L_a$, quando em rigor, num sistema com pré-amplificação óptica no receptor, o número de amplificadores é $L_T/L_a + 1$. Porém, esta aproximação é válida para sistemas com um elevado número de amplificadores ópticos.

Considerando uma atenuação de 0.2 dB/km, um comprimento total do sistema de 9 000 km, um factor de emissão espontânea de 2.2 para os amplificadores ópticos e um comprimento de onda central de 1550 nm, obtemos os resultados apresentados na figura 6.5 para o valor da densidade espectral bilateral de potência do ruído de emissão espontânea amplificada, em função da separação entre amplificadores, após o pré-amplificador óptico do receptor.

Na figura 6.5, podemos observar como é que o aumento da separação entre amplificadores provoca um aumento exponencial na densidade espectral de potência do ruído. Levando-nos a concluir que podemos diminuir a densidade espectral de potência do ruído reduzindo o espaçamento entre amplificadores, logo aumentando o seu número. O espaçamento entre amplificadores está usualmente condicionado por questões económicas, quer pelo elevado custo de cada unidade, quer porque o aumento do número de elementos activos aumenta a probabilidade de avarias no sistema, e porque ao efectuar-se a reconversão de um sistema, os operadores de telecomunicações pretendem, tanto quanto possível, manter a infra-estrutura física inalterada. Todos estes factores fazem com que o espaçamento entre amplificadores ópticos normalmente não seja inferior a 20 km.

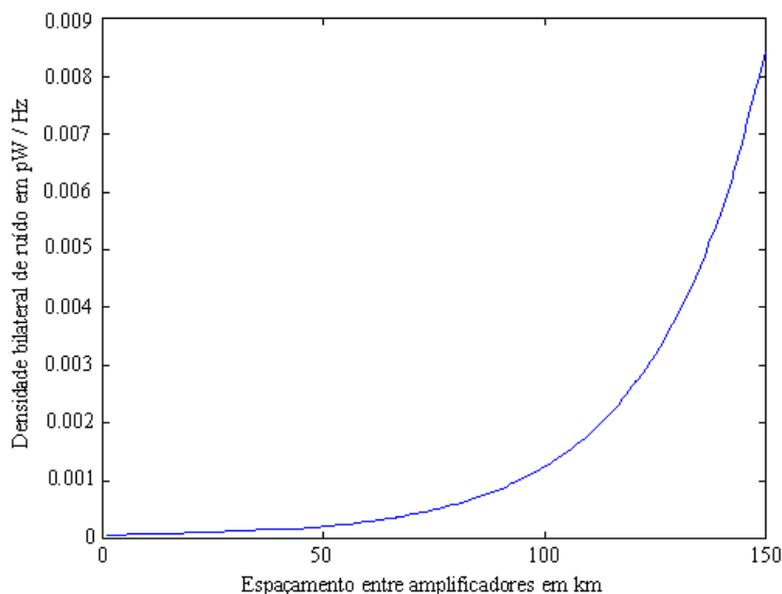


Figura 6.5 - Valor da densidade espectral de potência bilateral do ruído de emissão espontânea amplificado, em função do espaçamento entre amplificadores, e após o pré-amplificador óptico do receptor.

A expressão (6.72), permite-nos ainda concluir que mantendo a separação entre amplificadores constante, a densidade espectral de potência do ruído aumenta linearmente com o comprimento total do sistema. Porém o comprimento do sistema não é usualmente um parâmetro que possamos otimizar.

Na figura 6.6 temos o desempenho do mesmo sistema considerado na figura 6.5, para diferentes valores da razão entre a largura a meia altura dos impulsos em potência, T_{fwhm} , e o valor da dispersão da fibra óptica, para dois valores da separação entre amplificadores. No sistema da figura 6.6 considerou-se um coeficiente não linear para a fibra óptica de $0.94 \text{ W}^{-1} \cdot \text{km}^{-1}$. Na figura 6.6 mostramos ainda os resultados obtidos assumindo uma distribuição gaussiana para o sinal à entrada do circuito de decisão. Notemos que os resultados apresentados são independentes do ritmo de transmissão do sistema, desde que se garanta que $T_0 \ll T_{\text{bit}}$.

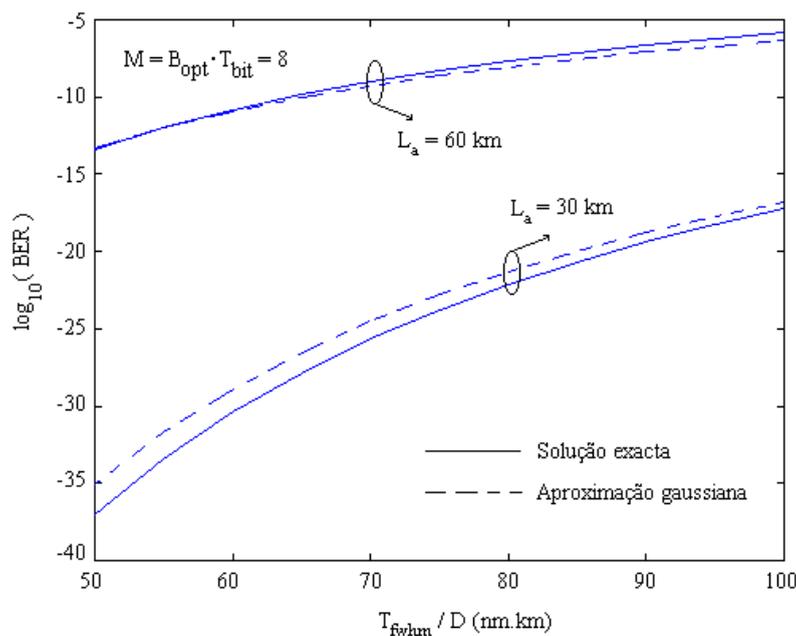


Figura 6.6 - Desempenho do sistema em função da largura a meia altura dos impulsos em potência para dois valores da separação entre amplificadores ópticos.

Podemos observar, na figura 6.6, como a separação entre amplificadores é um parâmetro crítico para o desempenho do sistema, verificando-se ainda que é possível melhorar o desempenho do sistema, diminuindo a largura dos impulsos. De facto, estes são dois parâmetros importantes na optimização de sistemas baseados em solitões relativamente ao ruído de emissão espontânea amplificado.

Um outro aspecto interessante a considerar na figura 6.6 são os resultados obtidos com a aproximação gaussiana, que conforme podemos verificar nos permitem obter com relativa facilidade uma primeira aproximação para o desempenho do sistema. Recordemos que quando nos referimos à solução exacta estamos a calcular o BER com base nas expressões (6.46), (6.49) e (6.50), quando nos referimos à aproximação gaussiana estamos a usar a expressão (6.62).

Na figura 6.7 temos o desempenho do sistema considerado anteriormente em função do comprimento total do sistema, para dois valores da separação entre amplificadores e considerando uma razão entre a largura a meia altura dos impulsos em potência e a dispersão cromática da fibra de 100 nm·km. Podemos também observar, na figura 6.7, como o comprimento total do sistema tem um papel importante no desempenho do mesmo, porém conforme referimos anteriormente este é um parâmetro usualmente fixo. Um outro aspecto interessante é verificar que tal como na figura 6.6, a aproximação gaussiana nos indica desempenhos com uma margem de erro é inferior a 2 ordens de grandeza, para probabilidades de erro superiores a 10^{-40} .

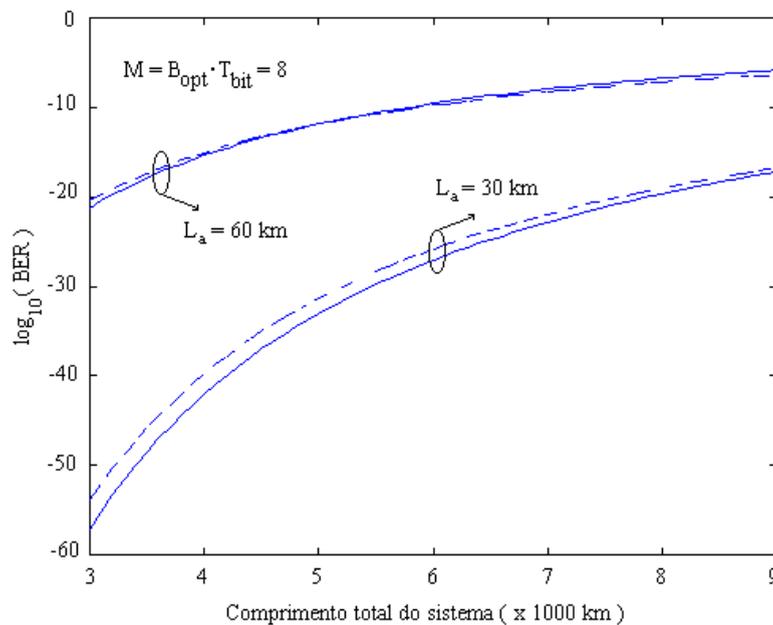


Figura 6.7 - Desempenho do sistema em função do comprimento total, para dois valores da separação entre amplificadores ópticos e para uma razão de 100 nm·km entre a largura a meia altura dos solitões em potência e a dispersão da fibra óptica.

6.4 - Receptor integrate and dump com janela reduzida

O filtro *integrate and dump*, considerado na secção 6.3, calcula o integral do sinal eléctrico durante o período do bit, ou seja a janela de integração coincide com o período do bit. Uma questão interessante é analisar o impacto da largura da janela de integração no desempenho do sistema.

Atendendo à formatação do tipo solitão usada, a potência do sinal óptico, que é proporcional ao quadrado da envolvente do campo eléctrico, vai assumir o valor máximo, no centro do solitão e tenderá para zero ao afastarmo-nos do centro do bit. Por outro lado a potência do ruído óptico, na ausência de sinal, será constante durante todo o período do bit. Deste modo, é intuitivo que poderemos melhorar a relação SNR, conforme foi definida na secção 6.3.1, reduzindo a janela de integração, ou seja integrando apenas numa janela centrada no centro do solitão, onde a potência óptica do sinal é máxima. A questão que pretendemos discutir é de que modo é que este procedimento afecta o desempenho do sistema.

Efectuar a integração numa janela centrada em torno do solitão significa usar um filtro com resposta impulsional dada por $h_I(t) = 1/T_w \cdot \text{rect}((t - T_{\text{bit}}/2)/T_w)$, em que T_w representa a largura da janela de integração.

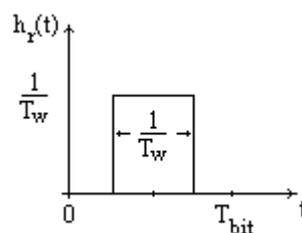


Figura 6.8 - Resposta impulsional do receptor *integrate and dump* com janela reduzida.

Considerando a resposta impulsional do filtro apresentada na figura 6.8, o ruído óptico apenas na polarização do sinal e desprezando o ruído quântico, a partir das expressões (6.31) e (6.32), obtemos as seguintes funções característica para a variável decisória, no final da janela de integração

$$M_{X_0, ID_{T_w}}(i\omega) = \frac{1}{\left[1 - \frac{i \cdot \omega \cdot N_0 \cdot \rho \cdot q}{T_w}\right]^{B_{opt} T_w}} \quad (6.73)$$

e

$$M_{X_1, ID_{T_w}}(i\omega) = \frac{\exp\left\{\frac{i \cdot \omega \cdot \rho \cdot q}{1 - \frac{i \cdot \omega \cdot N_0 \cdot \rho \cdot q}{T_w}} \cdot \frac{1}{T_w} \int_{\frac{T_{bit} - T_w}{2}}^{\frac{T_{bit} + T_w}{2}} h_p(\tau) d\tau\right\}}{\left[1 - \frac{i \cdot \omega \cdot N_0 \cdot \rho \cdot q}{T_w}\right]^{B_{opt} T_w}} \quad (6.74)$$

respectivamente para a ausência e presença de um impulso.

Seguindo um procedimento análogo ao apresentado na secção 6.3.1, obtemos as probabilidades de erro associadas a cada um dos símbolos lógicos através das expressões (6.49) e (6.50), substituindo T_{bit} por T_w e considerando I_0 e I_1 dados por

$$I_0 = \rho \cdot q \cdot N_0 \cdot B_{opt} \quad (6.75)$$

e

$$I_1 = \rho \cdot q \cdot \frac{1}{T_w} \cdot Q \cdot \int_{\frac{T_{bit} - T_w}{2}}^{\frac{T_{bit} + T_w}{2}} P_0 \cdot \operatorname{sech}^2\left(\frac{t - T_{bit}/2}{T_0}\right) dt \quad (6.76)$$

Conforme podemos constatar na expressão (6.75) a potência média do ruído, na ausência de sinal, não depende da janela de integração, sendo assim a variação da relação SNR é apenas dependentes da potência média do sinal, calculada na janela de integração, expressão (6.76).

Deste modo, analisar a dependência da relação SNR com a janela de integração é equivalente a analisar a variação da potência média do sinal em função da janela de integração. A expressão (6.76), pode ser escrita em função da largura da janela de integração T_w , calculando o integral da potência do solitão óptico em torno do centro do solitão, obtendo-se, ver apêndice E,

$$I_1(T_w) = \rho \cdot q \cdot Q \cdot 2 \cdot P_0 \cdot \frac{T_0}{T_w} \cdot \frac{1 - e^{-T_w/T_0}}{1 + e^{-T_w/T_0}} \quad (6.77)$$

que quando $T_w \gg T_0$ pode ser aproximado por

$$I_1 = \rho \cdot q \cdot Q \cdot 2 \cdot P_0 \cdot \frac{T_0}{T_w} \quad (6.78)$$

e quando $T_w \rightarrow 0$ temos

$$I_1 = \rho \cdot q \cdot Q \cdot P_0 \quad (6.79)$$

Na figura 6.9 mostramos a potência média normalizada correspondente ao símbolo lógico "1" em função da largura da janela de integração. Se tivermos em conta que a relação sinal-ruído é dada por I_1/I_0 e atendendo a que I_0 não varia com a janela de integração, temos que a figura 6.9 nos dá também a variação da relação SNR com a largura normalizada da janela de integração.

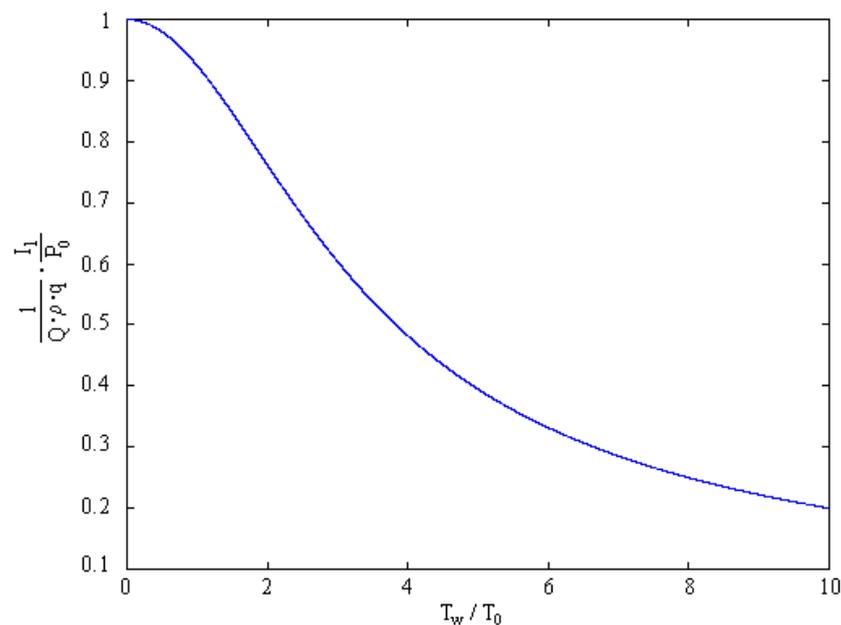


Figura 6.9 - Potência média normalizada correspondente ao símbolo lógico "1" em função da largura normalizada da janela de integração

Podemos verificar na figura 6.9, que a relação SNR diminui com o aumento da janela de integração, sendo máxima quando o receptor não efectua qualquer integração, ou seja quando a resposta impulsional do receptor é dada por $h_r(t) = \delta(t - T_{bit}/2)$.

Na figura 6.10 mostramos o desempenho do sistema considerado na figura 6.7, a operar a 2.5 Gbit/s, para várias janelas de integração, considerando uma separação entre amplificadores de 30 km.

Conforme podemos verificar, o desempenho do sistema não melhora com a diminuição da janela de integração, ou seja com o aumento da relação SNR. Notemos que a relação SNR no caso da figura 6.10 é máxima para a janela de integração correspondente a 1% do período do bit, conforme se pode constatar pela figura 6.9, e no entanto o sistema apresenta o pior desempenho precisamente para esta janela de integração. Este não é um resultado obvio, no entanto a explicação para este facto pode ser encontrada nas expressões (6.43) e (6.45). Estas expressões dão nos a variância do sinal à entrada do circuito de decisão, para cada um dos símbolos lógicos, que como podemos observar vai aumentar inversamente com M , que é dado pelo produto da largura de banda óptica pela janela de integração, ou seja $M = B_{opt} \cdot T_w$.

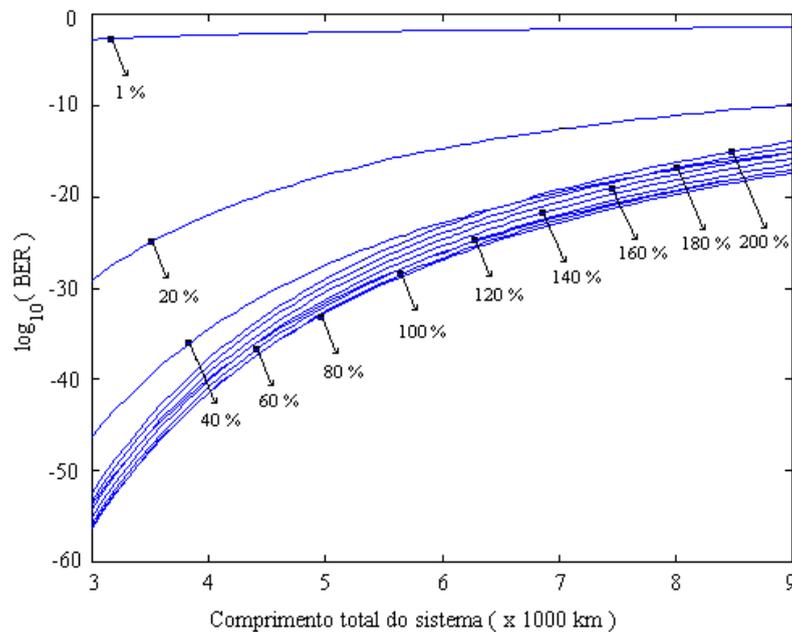


Figura 6.10 - Desempenho do sistema em função do comprimento total para vários valores da largura da janela de integração dados em percentagem do período do bit. Considerou-se uma largura do solitão de 80 ps e um período do bit de 400 ps. Para uma janela de integração igual ao período do bit temos $M=8$.

Resumindo, ao diminuirmos a janela de integração afastamos os níveis médios do sinal associados a cada símbolo lógico, conforme pode ser visto na figura 6.9, logo aumentamos a relação SNR, mas por outro lado aumentamos a incerteza, medida pela variância da variável decisória à entrada do circuito de decisão. Notemos ainda que a partir de um dado valor não compensa aumentar a janela de integração, pois a diminuição da incerteza não é compensada pela diminuição da distancia entre os níveis médios do sinal associados a cada símbolo lógico.

Outra forma de analisar o desempenho do sistema em função da janela de integração é calcular o valor de k , dado pela expressão (6.63), para vários valores da janela de integração. O valor da janela de integração associado ao valor máximo de k corresponde à janela de integração óptima.

Analisando a figura 6.11 somos levados a concluir que a janela de integração óptima assume um valor de cerca de 5 vezes T_0 . Se tivermos em conta, que quando estudámos o problema da interacção entre solitões referimos o valor de $1/5$ do período do bit, para a largura do solitão, como forma de garantir uma interacção entre solitões reduzida, temos que simultaneamente ao garantirmos uma interacção entre solitões reduzida maximizamos o desempenho do sistema relativamente ao ruído de emissão espontânea.

Embora obtidos por vias diferentes estes resultados estão relacionados entre si, dado que se por um lado para o desempenho óptimo devemos integrar quase toda a potência do impulso, por outro lado para que a interacção seja fraca quase toda a energia do impulso deve estar concentrada no período do bit. Fazendo coincidir a janela de integração com o período do bit ambas as condições nos conduzem ao mesmo resultado.

Notemos ainda que se calcularmos a percentagem da energia do solitão que está contida numa janela, centrada com o impulso, com uma largura de 5 vezes a largura do solitão, chegamos ao valor de 99% da energia do solitão, ver apêndice E, ou seja, numa janela com largura de 5 vezes a largura do solitão está concentrada quase toda a energia do solitão.

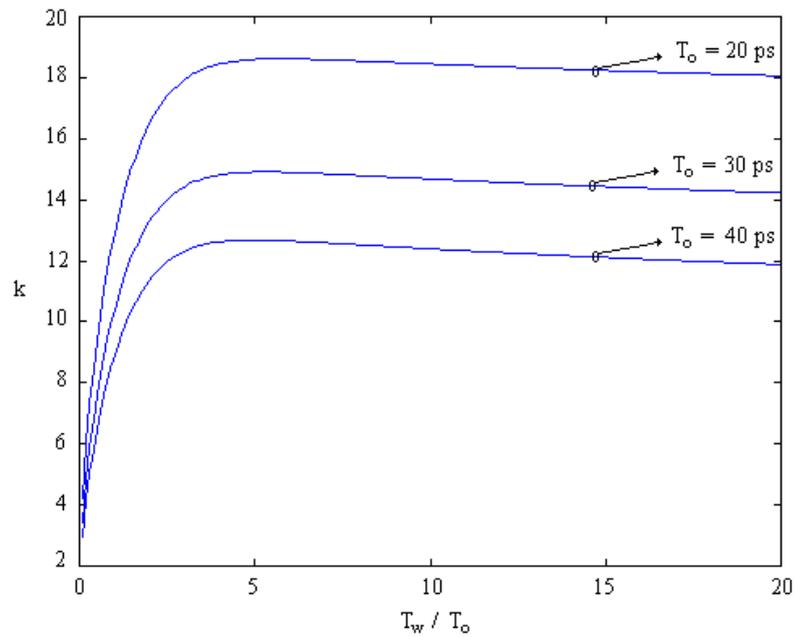


Figura 6.11 - Parâmetro k para diferentes larguras do solitão e em função da razão entre a largura da janela de integração e a largura do solitão.

Uma outra questão que é interessante analisar é o impacto da largura de banda do filtro óptico. Tendo em atenção a expressão (6.64) somos levados a concluir que, quando a relação SNR é elevada, o desempenho do sistema é pouco sensível à largura de banda do filtro óptico.

Novamente devemos notar, que a relação SNR aumenta bastante com a diminuição da largura de banda do filtro óptico, mas que isso não se traduz necessariamente numa melhoria considerável do desempenho do sistema. Na figura 6.12 considerámos novamente o sistema da figura 6.10, com uma janela de integração coincidente com o período do bit e para dois filtros ópticos, com larguras de banda de 0.16 nm e 0.20 nm.

Conforme podemos constatar na figura 6.12, o ganho, em termos de desempenho, obtido com a diminuição da largura de banda óptica do sistema é reduzido e tende para zero com o aumento da relação SNR. Notemos que as curvas de desempenho convergem para elevados valores da relação SNR.

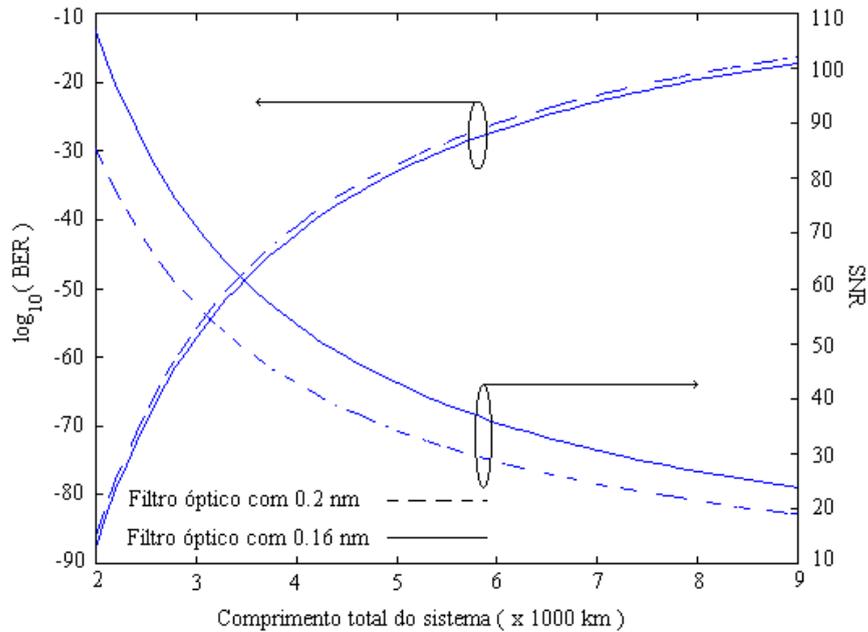


Figura 6.12 - Desempenho do sistema para dois filtros ópticos do receptor, um com largura de banda de 0.2 nm e outro com 0.16 nm.

Conforme vimos anteriormente o desempenho do sistema não é directamente proporcional à relação SNR. De facto, se tivermos em conta a aproximação gaussiana e o valor obtida para k , para valores da SNR $\gg 1$, ou seja $k \approx \sqrt{\frac{\text{SNR} \cdot M}{2}} = \sqrt{\frac{E_p}{2 \cdot N_0}}$, temos que o parâmetro relevante para o desempenho do sistema, considerando o filtro *integrate and dump*, é o produto da relação SNR por M , que passaremos a designar por SNRM e que podemos escrever da forma seguinte

$$\text{SNRM} = \text{SNR} \cdot M = 2 \cdot k^2 = \frac{I_1}{I_0} \cdot B_{\text{opt}} \cdot T_w \quad (6.80)$$

aproximando a largura de banda a meia altura do filtro eléctrico *integrate and dump* por $B_{\text{ele}} \approx 1 / (2 \cdot T_w)$, podemos escrever a relação SNRM como sendo

$$\text{SNRM} = \frac{I_1}{\rho \cdot q \cdot N_0 \cdot B_{\text{opt}}} \cdot B_{\text{opt}} \cdot T_w = \frac{I_1}{\rho \cdot q \cdot N_0 \cdot 2 \cdot B_{\text{ele}}} \quad (6.81)$$

ou seja, a relação SNRM pode ser vista como a razão entre a potência do sinal e do ruído, estando o ruído limitado por duas vezes a largura de banda do filtro eléctrico. Ou seja, pode ser vista como a relação sinal ruído no domínio eléctrico. Verificamos assim que a

largura de banda relevante, do ponto de vista de desempenho, será imposta pelo filtro eléctrico do receptor e não pelo filtro óptico, desde que a largura de banda óptica seja muito superior à largura de banda eléctrica e a aproximação gaussiana seja válida, ou seja que o batimento ruído - ruído não seja dominante.

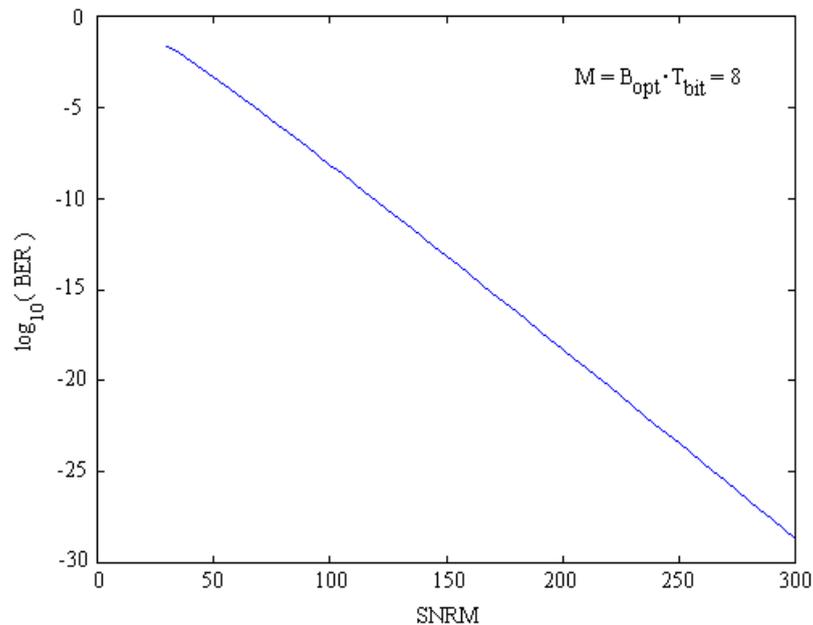


Figura 6.13 - Desempenho do sistema em função da relação SNRM.

Na figura 6.13 calculámos o desempenho do sistema apresentado na figura 6.6, para um espaçamento de 30 km entre amplificadores, em função da relação SNRM. Conforme podemos contactar, o desempenho do sistema melhora consideravelmente com o aumento da relação SNRM.

6.5 - Outro tipo de filtros

Nesta secção pretendemos analisar o desempenho de sistemas de comunicação baseados em solitões, considerando outros filtros, para além do *integrate and dump* analisado nas secções 6.3 e 6.4.

Vamos começar por determinar o desempenho óptimo do receptor, para um dado nível de sinal e ruído. Iremos discutir o problema do processamento óptimo, ou seja iremos procurar determinar o filtro que nos permite obter o desempenho óptimo. Posteriormente usaremos o desempenho óptimo como referência para analisar o desempenho obtido com os filtros *integrate and dump*, ideal, gaussiano e RC.

6.5.1 - Desempenho óptimo

Conforme referimos na secção 6.2, ver expressões (6.3) a (6.7), para um sistema com símbolos equiprováveis, o BER será mínimo para um dado processamento do receptor, se na região de decisão correspondente ao símbolo "1" se verificar

$$W_{X_1}(x) > W_{X_0}(x) \quad (6.82)$$

e na região correspondente ao símbolo "0" se verificar

$$W_{X_1}(x) < W_{X_0}(x) \quad (6.83)$$

em que $W_{X_1}(x)$ e $W_{X_0}(x)$ são as funções densidade de probabilidade associadas à variável decisória no caso da recepção do "1" e "0" lógico, respectivamente.

A palavra processamento é usada nesta secção em vez de filtragem, para dar uma ideia mais abrangente do papel do receptor. O receptor é entendido nesta secção como um dispositivo que recebe o sinal e o processa de forma a estimar o símbolo lógico transportado pelo sinal.

Vamos pensar num receptor com a configuração do esquema da figura 6.14. Notemos que este receptor é mais geral do que o apresentado na figura 6.1, aqui não é feita qualquer referência à conversão do sinal do domínio óptico para o domínio eléctrico, apenas se diz que o receptor, que designamos por receptor de máxima verosimilhança, vai processar o sinal de forma a estimar o símbolo lógico transportado com a menor probabilidade de erro possível.

Os problemas que vamos abordar nesta secção são, por um lado, determinar qual é a menor probabilidade de erro possível para um dado nível de sinal e ruído, por outro, qual é o processamento que o receptor deve fazer para obter esse desempenho.

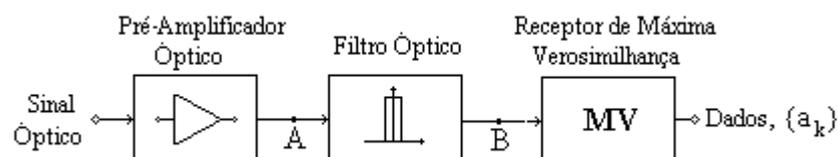


Figura 6.14 - Receptor de máxima verosimilhança

Conforme referimos anteriormente o sinal no ponto B do receptor, numa dada polarização, pode ser representado em série de K-L, no período do bit, por

$$S(t) + N'(t) = \sum_{j=1}^M \left\{ (a_{r,j} + c_{r,j}) + i \cdot (a_{i,j} + c_{i,j}) \right\} \cdot \varphi_j(t) \quad , t \in T_{\text{bit}} \quad (6.84)$$

em que $c_{r,n}$ e $c_{i,n}$ são os coeficiente da série relativos ao ruído de emissão espontânea amplificado e são variáveis aleatórias independentes com uma distribuição gaussianas com média nula e variância dada por $N_0/2$, $a_{r,j}$ e $a_{i,j}$ são os coeficientes da série relativos ao sinal.

Designando o sinal, no ponto B do receptor, por $X(t)$, de acordo com (6.84), temos

$$X(t) = S(t) + N'(t) = \sum_{j=1}^M \left(x_{r,j} + i \cdot x_{i,j} \right) \cdot \varphi_j(t) \quad , t \in T_{\text{bit}} \quad (6.85)$$

em que $x_{r,j} = a_{r,j} + c_{r,j}$ e $x_{i,j} = a_{i,j} + c_{i,j}$.

De (6.85) podemos concluir que no ponto B do receptor de máxima verosimilhança temos um sinal, donde podemos retirar $2M$ amostras independentes. Notemos que os coeficientes da série relativamente ao ruído são estatisticamente independentes e são $2 \cdot M$, em que $M = B_{\text{opt}} \cdot T_{\text{bit}}$. Devemos ter ainda presente que $2 \cdot M$ é o número máximo de amostras independentes que é possível retirar de um sinal com largura de banda óptica B_{opt} , durante o período do bit, e este conjunto de amostras contém toda a informação relativa ao sinal [7], no sentido que é possível recuperar o sinal com base neste conjunto de amostras.

Definindo a variável decisória $\mathbf{X}_m = (x_1, x_2, \dots, x_{2M})$, num espaço de dimensão $2 \cdot M$, com base nas $2 \cdot M$ amostras independentes que é possível retirar do sinal no período do bit, em que m assume o valor um ou zero, respectivamente, para o símbolo lógico "1" ou "0". Temos para o símbolo lógico "0" $\mathbf{X}_0 = (c_{r,1}, c_{r,2}, \dots, c_{r,M}, c_{i,1}, c_{i,2}, \dots, c_{i,M})$ e para o símbolo lógico "1" $\mathbf{X}_1 = (a_{r,1} + c_{r,1}, a_{r,2} + c_{r,2}, \dots, a_{r,M} + c_{r,M}, a_{i,1} + c_{i,1}, a_{i,2} + c_{i,2}, \dots, a_{i,M} + c_{i,M})$, atendendo a que para o símbolo lógico "0" os coeficientes $a_{r,j}$ e $a_{i,j}$ são nulos.

A função densidade de probabilidade de \mathbf{X}_m , definida num espaço de dimensão $2 \cdot M$ será então dada por

$$W_{\mathbf{X}_m}(\mathbf{X}) = \prod_{j=1}^{2M} W_{X_{m,j}}(x_j) \quad (6.86)$$

em que $W_{X_{m,j}}(x_j)$ é a função densidade de probabilidade associada à amostra de ordem j quando é enviado o símbolo m . Atendendo à distribuição gaussiana dos coeficientes $c_{r,n}$ e $c_{i,n}$, as funções densidade de probabilidade associadas a cada uma das amostras e para o símbolo lógico "1" e "0", respectivamente, são dadas por

$$W_{X_{1,j}}(x_j) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi} \cdot \sigma} \cdot \exp\left(-\frac{(x_j - a_j)^2}{2 \cdot \sigma^2}\right) \quad (6.87)$$

e

$$W_{X_{0,j}}(x_j) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi} \cdot \sigma} \cdot \exp\left(-\frac{x_j^2}{2 \cdot \sigma^2}\right) \quad (6.88)$$

Devemos ter presente que embora nas expressões (6.87) e (6.88) se omitida os índices r e i nos coeficientes x_j e a_j , deve ser entendido que M coeficientes são obtidos da parte real e os restantes da parte imaginária. Notemos porém que os coeficientes x_j e a_j são sempre grandezas reais.

Recordemos que neste caso o processamento do receptor é tal que a variável decisória é definida num espaço de dimensão $2M$ em que todas as componentes de \mathbf{X}_m são estatisticamente independentes. Para este processamento o BER será mínimo se forem satisfeitas as condições (6.82) e (6.83).

Tendo em consideração a função densidade de probabilidade de \mathbf{X}_m , expressão (6.86), e substituindo (6.86) em (6.82) obtemos

$$\prod_{j=1}^{2M} W_{X_{1,j}}(x) > \prod_{n=1}^{2M} W_{X_{0,j}}(x) \quad (6.89)$$

Substituindo as expressões (6.87) e (6.88) em (6.89), simplificando e calculando o logaritmo natural de ambos os membros da expressão (6.89) temos que

$$\frac{1}{2 \cdot \sigma^2} \cdot \left[\sum_{j=1}^{2 \cdot M} x_j^2 - \sum_{j=1}^{2 \cdot M} (x_j - a_j)^2 \right] > 0 \quad (6.90)$$

A expressão (6.90) pode ser simplificada e reescrita na forma seguinte

$$\sum_{j=1}^{2 \cdot M} x_j \cdot a_j > \frac{1}{2} \cdot \sum_{j=1}^{2 \cdot M} a_j^2 \quad (6.91)$$

A expressão (6.91) pode ser reescrita, tendo em consideração a expressão (6.17) e (6.85), e a ortonormalidade das funções $\phi_j(t)$, ou seja as funções da base ortonormal da expansão em série de K-L, como

$$\int_0^{T_{\text{bit}}} X(t) \cdot S_1^*(t) dt > \frac{1}{2} \cdot \int_0^{T_{\text{bit}}} |S_1(t)|^2 dt \quad (6.92)$$

Notemos que se em vez da expressão (6.82) tivéssemos partido de (6.83) teríamos chegado a

$$\int_0^{T_{\text{bit}}} X(t) \cdot S_1^*(t) dt < \frac{1}{2} \cdot \int_0^{T_{\text{bit}}} |S_1(t)|^2 dt \quad (6.93)$$

Atendendo à expressão (6.85), temos que na recepção do símbolo lógico "1" $X(t)=S_1(t)+N'(t)$, substituindo $X(t)$ em (6.92) obtemos

$$\int_0^{T_{\text{bit}}} N'(t) \cdot S_1^*(t) dt > -\frac{1}{2} \cdot \int_0^{T_{\text{bit}}} |S_1(t)|^2 dt \quad (6.94)$$

Utilizando o desenvolvimento em série de K-L para $N'(t)$ e $S_1(t)$ podemos escrever

$$w = \sum_{j=1}^{2 \cdot M} c_j \cdot a_j > -b = -\frac{1}{2} \cdot \sum_{j=1}^{2 \cdot M} a_j^2 \quad (6.95)$$

Da expressão (6.95) podemos concluir que a probabilidade de erro num "1" lógico é igual à probabilidade de, enviado um "1", a variável w assumir um valor menor do que $-b$.

Tendo em atenção que quando é enviado um "0" lógico temos $x_j=c_j$ donde $X(t)=N'(t)$, substituindo $X(t)$ em (6.93) obtemos

$$\int_0^{T_{\text{bit}}} N'(t) \cdot S_1^*(t) dt < \frac{1}{2} \cdot \int_0^{T_{\text{bit}}} |S_1(t)|^2 dt \quad (6.96)$$

Utilizando, novamente, o desenvolvimento em série de K-L para $N'(t)$ e $S_1(t)$, obtemos

$$w = \sum_{j=1}^{2M} c_j \cdot a_j < b = \frac{1}{2} \cdot \sum_{j=1}^{2M} a_j^2 \quad (6.97)$$

Donde podemos concluir que a probabilidade de erro num "0" lógico é igual à probabilidade de, enviado um "0", w assumir um valor maior do que b .

Atendendo à que os coeficientes c_j têm uma distribuição gaussiana com média nula e variância $N_0/2$, ver expressão (6.15), w é a soma pesada de $2M$ variáveis gaussianas independentes, ver expressões (6.95) e (6.97), logo w têm também uma distribuição gaussiana, cuja esperança é dada por

$$E[w] = \sum_{j=1}^{2M} E[c_j] \cdot a_j = 0 \quad (6.98)$$

pois os coeficientes c_j têm esperança nula. A variância de w pode ser calculada da forma seguinte, atendendo a (6.98),

$$\begin{aligned} \sigma_w^2 &= E[(w - E[w])^2] = E[w^2] = E\left\{ \sum_{j=1}^{2M} (c_j \cdot a_j) \cdot \sum_{k=1}^{2M} (c_k \cdot a_k) \right\} \\ &= \sum_{j=1}^{2M} \sum_{k=1}^{2M} (E[c_j \cdot c_k] \cdot a_j \cdot a_k) \end{aligned} \quad (6.99)$$

Tendo em consideração que os coeficientes c_j são estatisticamente independentes, a esperança dos termos cruzados $E[c_j \cdot c_k]$ com $j \neq k$ é nula. Atendendo por outro lado à expressão (6.15), podemos rescrever (6.99) da forma seguinte

$$\sigma_w^2 = \frac{N_0}{2} \cdot \sum_{j=1}^{2 \cdot M} a_j^2 = \frac{N_0}{2} \cdot \int_0^{T_{\text{bit}}} S_1^2(t) dt \quad (6.100)$$

A função densidade de probabilidade da variável decisória w assume então a seguinte forma

$$f_w(w) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma_w^2}} \cdot \exp\left(-\frac{w^2}{2 \cdot \sigma_w^2}\right) \quad (6.101)$$

Atendendo às expressões (6.95) e (6.97), assumindo que os símbolos são equiprováveis, e tendo em conta (6.101) obtemos

$$\begin{aligned} \text{BER} &= \frac{1}{2} \cdot P(w > b) + \frac{1}{2} \cdot P(w < -b) \\ &= \int_{-\infty}^{-b} \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma_w^2}} \cdot \exp\left(-\frac{w^2}{2 \cdot \sigma_w^2}\right) dw \\ &= \int_{-\infty}^{-b/(\sqrt{2} \cdot \sigma_w)} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot \exp(-x^2) dx = \frac{1}{2} \cdot \text{erfc}\left(\frac{b}{\sqrt{2} \cdot \sigma_w}\right) \end{aligned} \quad (6.102)$$

Tendo em consideração a definição de b e σ_w , ver expressões (6.97) e (6.100), temos finalmente

$$\text{BER} = \frac{1}{2} \cdot \text{erfc}\left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{E_p}{N_0}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{E_p}{2 \cdot N_0}}\right) \quad (6.103)$$

Sobre o resultado obtido na expressão (6.103), convém ter em consideração que na estrutura do receptor não foi incluído nenhum fotodetector, ver figura 6.14. Estamos então perante um receptor, em princípio, totalmente óptico, que deverá executar a operação expressa por (6.92) e (6.93), tal não é fácil de implementar na prática. Porém este resultado permite-nos definir o desempenho ótimo, ou seja qualquer receptor prático terá um desempenho pior ou igual ao resultado obtido na expressão (6.103). O filtro do receptor que nos permite obter o desempenho ótimo é usualmente designado por filtro adaptado.

6.5.2 - Comparação com receptores práticos

Nesta secção vamos comparar o desempenho do receptor óptimo com o desempenho conseguido com receptores práticos, em que se faz uma conversão optoelectrónica e se processa o sinal no domínio eléctrico.

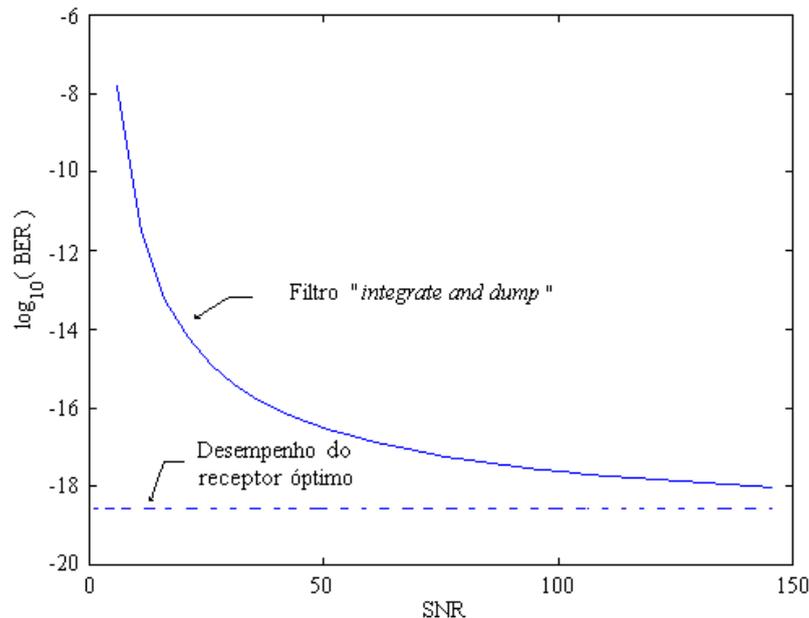


Figura 6.15 - Desempenho do sistema com o filtro *integrate and dump* comparativamente ao desempenho óptimo em função da relação SNR.

Atendendo às expressões (6.64) e (6.103) podemos concluir que o receptor com o filtro *integrate and dump* na situação limite da relação $SNR \rightarrow +\infty$, tem um desempenho óptimo. Na figura 6.15, consideramos o mesmo sistema considerado na figura 6.6, com um espaçamento entre amplificadores de 30 km, e mostramos o desempenho obtido com o filtro *integrate and dump* e o desempenho óptimo em função da relação SNR. Pela análise da figura podemos comprovar o facto, já anteriormente referido, que o desempenho do filtro *integrate and dump* tende para o desempenho óptimo com o aumento da relação SNR.

Na figura 6.16, voltamos a considerar o sistema considerado na figura 6.6, e comparamos o desempenho do receptor óptimo com o desempenho obtido com o filtro *integrate and dump*, em função da largura temporal dos solitões. Conforme podemos constatar, para os valores usuais da relação SNR, o desempenho óptimo do sistema

considerado é substancialmente melhor que o desempenho obtido com o filtro *integrate and dump*.

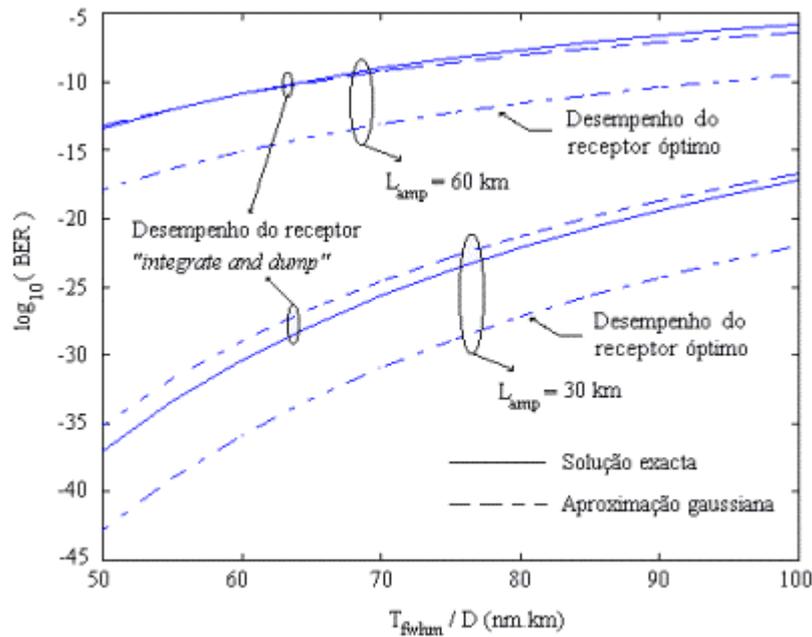


Figura 6.16 - Desempenho do filtro *integrate and dump* e desempenho ótimo em função da largura a meia altura dos impulsos em potência, para dois valores da separação entre amplificadores ópticos.

Pela análise da figura 6.16, somos levados a concluir, que o desempenho obtido com o filtro adaptado pode ser sempre obtido com o filtro *integrate and dump* diminuindo a largura dos solitões. Porém, conforme vimos no capítulo 5 e voltaremos a discutir no capítulo 7, quanto mais estreitos forem os solitões mais crítico será o *jitter* temporal, ou seja embora analisando apenas o ruído de emissão espontânea seja sempre possível com o filtro *integrate and dump* igualar o desempenho do filtro adaptado, o desempenho total, considerando o ruído e o *jitter*, será em princípio superior para o filtro adaptado.

Vamos agora analisar o desempenho do sistema para outros filtros do receptor. Tal corresponde a considerar diversas respostas impulsivas $h(t)$, nas funções geradoras de momentos dadas pelas expressões (6.31) e (6.32).

Para compararmos o desempenho do sistema com diversos filtros do receptor, vamos normalizar as diferentes respostas impulsivas de modo ao integral de $-\infty$ a $+\infty$ destas respostas ser sempre igual a um. Notemos que embora conveniente esta

normalização não é imprescindível, pois o desempenho do sistema depende apenas da forma da resposta impulsional do filtro do receptor e não de qualquer factor multiplicativo.

Notemos que um factor multiplicativo afecta o sinal e o ruído, não introduzindo qualquer vantagem do ponto de vista do desempenho, relativamente ao ruído de emissão espontânea.

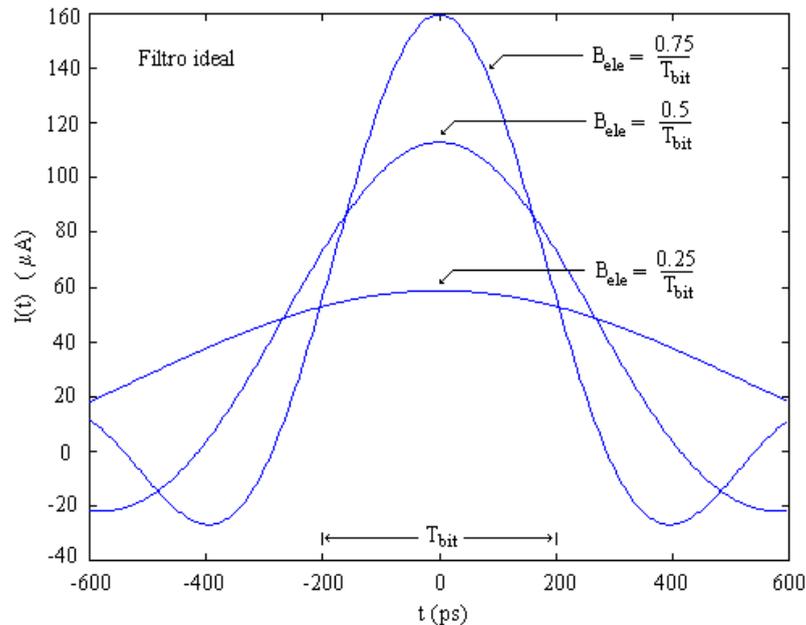


Figura 6.17 - Sinal eléctrico resultante da filtragem de um impulso, usando o filtro ideal para diversas larguras de banda do filtro.

Vamos começar por considerar o filtro ideal, cuja resposta impulsional é dada por

$$h_r(t) = 2 \cdot B_{ele} \cdot \text{sinc}(2 \cdot B_{ele} \cdot t) \quad (6.104)$$

e cuja largura de banda eléctrica é B_{ele} . Na figura 6.17 podemos observar o sinal eléctrico depois do filtro ideal resultante da detecção de um solitão com uma largura temporal de 80 ps, para diversas larguras de banda do filtro.

Vamos também considerar o filtro gaussiano, cuja resposta impulsional é dada por

$$h_r(t) = \sqrt{\frac{2 \cdot \pi}{\ln(2)}} \cdot B_{ele} \cdot \exp\left(-\frac{2 \cdot \pi^2 \cdot B_{ele}^2}{\ln(2)} \cdot t^2\right) \quad (6.105)$$

e cuja largura de banda eléctrica é B_{ele} . Na figura 6.18 podemos observar o sinal eléctrico depois do filtro gaussiano resultante da detecção de um solitão com uma largura temporal de 80 ps, para diversas larguras de banda do filtro.

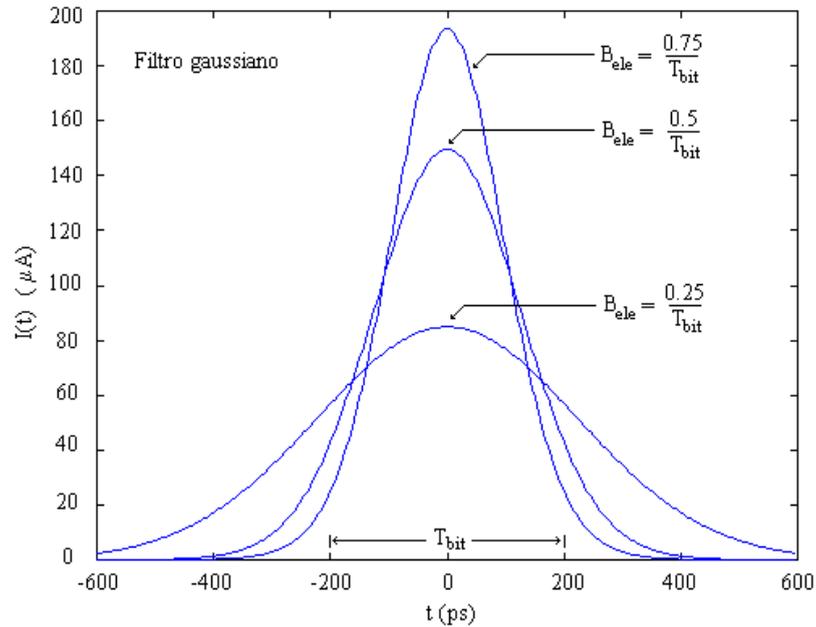


Figura 6.18 - Sinal eléctrico resultante da filtragem de um impulso, usando o filtro gaussiano para diversas larguras de banda do filtro.

Finalmente vamos considerar o filtro RC, cuja resposta impulsional é dada por:

$$\begin{aligned}
 h_r(t) &= 2 \cdot \pi \cdot B_{ele} \cdot \exp(-2 \cdot \pi \cdot B_{ele} \cdot t) & \text{para } t \geq 0 \\
 h_r(t) &= 0 & \text{para } t < 0
 \end{aligned}
 \quad (6.106)$$

sendo B_{ele} a largura de banda eléctrica. Na figura 6.19 podemos observar o sinal eléctrico depois do filtro RC resultante da detecção de um solitão com largura temporal de 80 ps, para diversas larguras de banda do filtro.

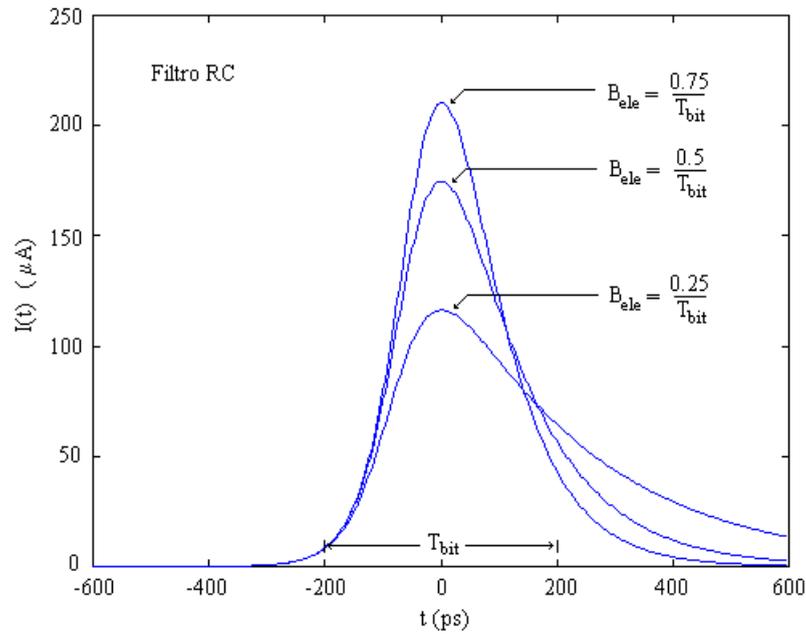


Fig. 6.19 - Sinal eléctrico resultante da filtragem de um impulso, usando o filtro RC para diversas larguras de banda do filtro.

Na figura 6.20 podemos observar o sinal eléctrico depois do filtro *integrate and dump* resultante da detecção do mesmo solitão, para diversas larguras de banda do filtro. Notemos que a resposta impulsional do filtro *integrate and dump* pode ser escrita da forma seguinte

$$h_r(t) = 2 \cdot B_{\text{ele}} \cdot \text{rect}\left(2 \cdot B_{\text{ele}} \cdot \left(t - \frac{T_{\text{bit}}}{2}\right)\right) \quad (6.107)$$

Um aspecto interessante a considerar nas figuras 6.17 a 6.20 é a parte superior dos impulsos à saída do filtro. Quanto mais plana for a parte superior dos impulsos menos sensível será o receptor ao *jitter* temporal, notemos que do ponto de vista de um diagrama de olho isto significa uma maior abertura horizontal do olho.

Outro aspecto importante são as caudas das respostas dos diferentes filtros, que irão originar uma degradação do desempenho do sistema devido à interferência entre símbolos.

Notemos que, se no instante de decisão de um dado impulso o valor do sinal, originado pelas caudas dos impulsos vizinhos, não for nulo, o valor da variável decisória associada á detecção desse impulso será dependente dos impulsos vizinhos.

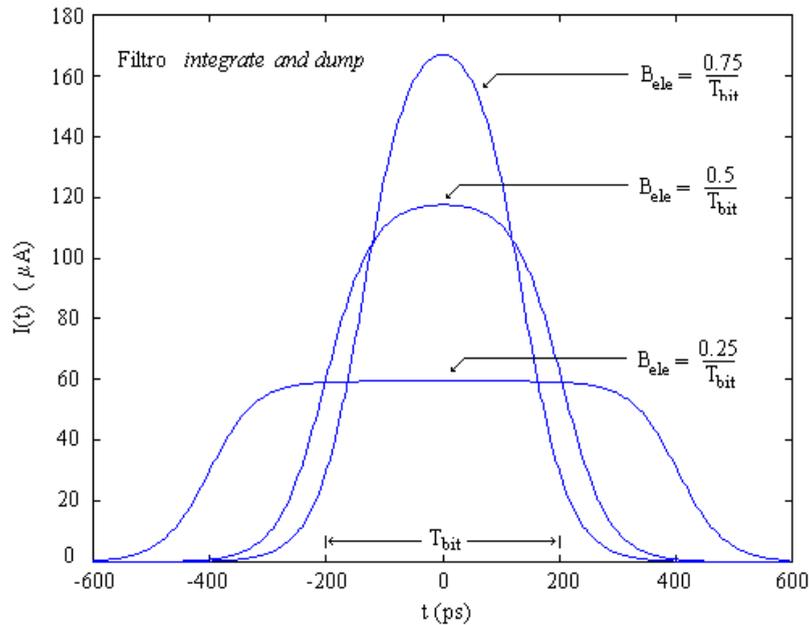


Figura 6.20 - Sinal eléctrico resultante da filtragem de um impulso, usando o filtro *integrate and dump* para diversas larguras de banda do filtro.

Comparando os diversos filtros, considerando uma largura de banda de $0.75/T_{\text{bit}}$, somos levados a concluir que o filtro ideal, ver figura 6.17, produz uma interferência entre símbolos considerável, vejamos o valor da cauda da resposta do filtro nos instantes $t = -400$ ps e $t = 400$ ps, ao contrário do filtro gaussiano, RC e *integrate and dump*, ver figuras 6.18, 6.19 e 6.20, que originam um nível de interferência entre símbolos reduzido, pois o valor da cauda da resposta do filtro é reduzido nos instantes de decisão correspondentes aos impulsos vizinhos. No capítulo 7 voltaremos a este assunto, e iremos fazer uma análise quantitativa detalhada do efeito do *jitter* temporal e da interferência entre símbolos.

Para calcularmos o desempenho do sistema para diversos filtros do receptor temos que, de acordo com a expressão (6.1), calcular as funções densidade de probabilidade associadas a cada um dos símbolos. O calculo das funções densidade de probabilidade a partir das funções geradoras de momentos não é usualmente uma tarefa simples. A tentativa de obter analiticamente as funções densidade de probabilidade, envolve a necessidade de proceder à integração de funções não triviais. Esta tarefa foi possível no caso do filtro *integrate and dump*, secção (6.3) e (6.4), porém tal não é usualmente factível para outro tipo de respostas impulsivas. A tentativa de obter numericamente as funções densidade de probabilidade, com o recurso a algoritmos numéricos para o calculo da transformada

inversa de Fourier, não é normalmente viável, devido à precisão numérica exigida no cálculo dos integrais relativos à determinação do BER. Sendo assim a alternativa é calcular os diversos momentos da variável decisória, a partir das funções geradoras de momentos, e obter então uma estimativa para a probabilidade de erro associado a cada símbolo. Existem várias técnicas para obter esta estimativa a partir dos momentos da variável decisória, a mais conhecida é a aproximação gaussiana.

Atendendo aos bons resultados, que obtivemos anteriormente com a aproximação gaussiana e para efeitos de comparação do desempenho dos diversos filtros iremos usar esta aproximação. Temos por isso necessidade de calcular, a partir das funções geradoras de momentos, os dois primeiros momentos da variável decisória, associada a cada um dos símbolos. Tendo em consideração as funções geradoras de momentos, expressões (6.31) e (6.32), desprezando o ruído quântico e após alguma manipulação algébrica obtém-se

$$m_0 = \left. \frac{\partial M_{X_0}(s, t)}{\partial s} \right|_{s=0} = \rho \cdot q \cdot N_0 \cdot B_{\text{opt}} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} h_r(t - \tau) d\tau \quad (6.108)$$

$$\sigma_0^2 = \left. \frac{\partial^2 M_{X_0}(s, t)}{\partial s^2} \right|_{s=0} - m_0^2(t) = \rho^2 \cdot q^2 \cdot N_0^2 \cdot B_{\text{opt}} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} h_r^2(t - \tau) d\tau \quad (6.109)$$

$$m_1(t) = \left. \frac{\partial M_{X_1}(s, t)}{\partial s} \right|_{s=0} = \rho \cdot q \cdot N_0 \cdot B_{\text{opt}} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} h_r(t - \tau) d\tau + \rho \cdot q \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} h_p(\tau) \cdot h_r(t - \tau) d\tau \quad (6.110)$$

e

$$\sigma_1^2(t) = \left. \frac{\partial^2 M_{X_1}(s, t)}{\partial s^2} \right|_{s=0} - m_1^2(t) = \rho^2 \cdot q^2 \cdot N_0^2 \cdot B_{\text{opt}} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} h_r^2(t - \tau) d\tau + 2 \cdot \rho^2 \cdot q^2 \cdot N_0 \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} h_p(\tau) \cdot h_r^2(t - \tau) d\tau \quad (6.111)$$

De acordo com os resultados obtidos na secção 6.3.1, quando discutimos a aproximação gaussiana, o desempenho do sistema será dado por

$$\text{BER} = Q(k) \quad (6.112)$$

sendo $k = (m_1 - m_0) / (\sigma_1 + \sigma_0)$.

Conforme podemos notar nas expressões (6.110) a (6.111), quer a média quer a variância da variável decisória associada ao símbolo lógico "1" são função do tempo, ou seja podemos calcular o desempenho do sistema para vários instantes de tempo, obviamente o instante de decisão escolhido corresponde ao BER mínimo. Notemos que a média e a variância associadas ao símbolo lógico "0" são independentes do instante de tempo, tal pode ser facilmente comprovado fazendo a transformação $y = \tau - t$, nas expressões (6.108) e (6.109).

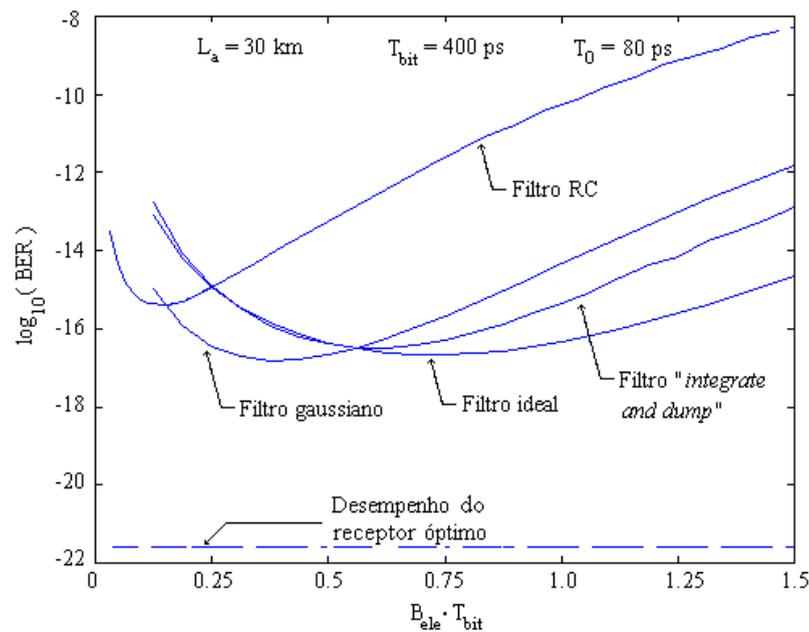


Figura 6.21 - Desempenho do sistema, em função do produto da largura de banda do filtro do receptor pelo período do bit, para diversos filtros e para um espaçamento entre amplificadores de 30 km.

Na figura 6.21, podemos observar o desempenho do sistema considerado na figura 6.16, em função do produto da largura de banda do filtro eléctrico do receptor pelo período do bit.

Conforme podemos observar, para uma largura dos solitões correspondente a 1/5 do período do bit, o filtro ideal apresenta o melhor desempenho para uma largura de banda próxima de 0.75 vezes o ritmo de transmissão, por seu lado o filtro gaussiano apresenta o

melhor desempenho para uma largura de banda próxima de 0.35 vezes o ritmo de transmissão. O filtro *integrate and dump* apresenta o melhor desempenho para uma largura de banda de aproximadamente 0.5 vezes o ritmo de transmissão, ou seja para uma janela de integração igual ao período do bit. Quanto ao filtro RC o melhor desempenho é obtido para uma largura de banda de aproximadamente 0.15 vezes o ritmo de transmissão. Na figura 6.21, podemos ainda observar o desempenho óptimo.

Conforme podemos observar na figura 6.21 o desempenho do receptor óptimo é bastante melhor que o desempenho obtido por qualquer um dos outros filtros.

Uma questão interessante é discutir qual será a resposta impulsional do filtro adaptado. No caso de um receptor a operar no domínio óptico a questão reduz-se ao problema da detecção de um sinal digital num canal com ruído branco gaussiano.

O processamento efectuado pelo receptor é definido pelas expressões (6.92) e (6.93). Notemos que o primeiro membro de ambas as expressões pode ser considerado como sendo o integral da convolução do sinal $X(t)$, sinal recebido, com a resposta impulsional, $h_{\text{adt}}(T_{\text{bit}} - t) = S_1^*(t)$, no instante de tempo $\tau = T_{\text{bit}}$. Uma questão curiosa ressalta de perceber qual o significado, neste contexto duma resposta impulsional complexa, recordemos que $S_1(t)$ é uma grandeza complexa que contem informação relativa à amplitude e fase do campo eléctrico. A resposta impulsional complexa coloca apenas em evidência a necessidade de proceder à detecção síncrona. A implementação de detectores síncronos no domínio óptico é bastante difícil, no actual estado da tecnologia óptica, no entanto é uma prática comum em sistemas rádio.

No caso de um receptor a operar no domínio eléctrico, igualando as expressões (6.103) e (6.112), respectivamente expressão para o desempenho óptimo e expressão para o desempenho do receptor a operar no domínio eléctrico, obtemos a equação seguinte, que nos permite determinar a forma do filtro eléctrico capaz de obter o desempenho óptimo. Notemos que igualar as expressões (6.103) e (6.112) corresponde a igualar o argumentos da função $Q(k)$, atendendo ao carácter unívoco da função $Q(k)$, e k é dado em função das expressões (6.108) a (6.111) temos então

$$\sqrt{\frac{E_p}{2 \cdot N_0}} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} h_p(\tau) \cdot h_r(t-\tau) d\tau}{\sqrt{N_0^2 \cdot B_{opt} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} h_r^2(t-\tau) d\tau + 2 \cdot N_0 \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} h_p(\tau) \cdot h_r^2(t-\tau) d\tau + N_0^2 \cdot B_{opt} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} h_r^2(t-\tau) d\tau}} \quad (6.113)$$

Notemos que a equação (6.113) tem duas incógnitas, a função $h(t)$, que neste caso designaremos como filtro adaptado eléctrico, e o instante de decisão t , sem perda de generalidade podemos fixar arbitrariamente o instante t e obter então a resposta impulsional $h_r(t)$. Na prática o instante t está limitado pela impossibilidade de obtermos respostas impulsivais anti-causais.

Um aspecto interessante é que o filtro adaptado óptico é independente do nível de ruído e da largura de banda óptica do sistema, ao contrário, e conforme pode ser observado na expressão (6.113), o filtro adaptado eléctrico é função da forma do impulso detectado e é dependente quer do nível de ruído quer da largura de banda óptica do sistema.

No caso da relação $SNR \rightarrow +\infty$ o batimento sinal - ruído é dominante, podemos por isso desprezar na expressão (6.113) os termos resultantes do batimento ruído - ruído obtendo-se a seguinte equação

$$\sqrt{\frac{E_p}{2 \cdot N_0}} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} h_p(\tau) \cdot h_r(t-\tau) d\tau}{\sqrt{2 \cdot N_0 \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} h_p(\tau) \cdot h_r^2(t-\tau) d\tau}} \quad (6.114)$$

Podemos facilmente verificar que a resposta impulsional correspondente ao filtro *integrate and dump*, $h_r(t) = 1/T_{bit} \cdot \text{rect}((t - T_{bit}/2)/T_{bit})$, satisfaz a expressão (6.114) para $t \geq T_{bit}$, considerando toda a energia do solitão confinada ao período do bit, para isso basta substituir a resposta impulsional do filtro *integrate and dump* em (6.114). Isto confirma o resultado, já anteriormente referido, que na situação limite da relação $SNR \rightarrow +\infty$, o filtro adaptado eléctrico é o filtro *integrate and dump*.

6.6 - Ruído eléctrico e os campos dispersivos na detecção

Um factor usualmente considerado, na análise de desempenho de sistemas de comunicação ópticos, é o ruído eléctrico do receptor, frequentemente dominado pelo ruído de origem térmica. Do ponto de vista da análise de desempenho esta fonte de ruído pode ser representada por uma variável aleatória com distribuição gaussiana, que é adicionada à variável que representa o sinal no instante de decisão, tendo média nula e sendo a variância dada por

$$\sigma_{th}^2 = N_{th} \cdot B_{ele} \quad (6.115)$$

em que B_{ele} é a largura de banda eléctrica do receptor e N_{th} representa a densidade espectral do ruído térmico, cujas unidades são A^2/Hz , caso a variável decisória esteja associada a um sinal de corrente, ou V^2/Hz , no caso da variável decisória estar associada a um sinal de tensão. Na primeira situação, ou seja considerando que a decisão é efectuada sobre um sinal de corrente temos [8]

$$N_{th} \approx \frac{4 \cdot k_B \cdot T}{R} \quad (6.116)$$

Quando a decisão é feita sobre um sinal de tensão temos

$$N_{th} \approx 4 \cdot k_B \cdot T \cdot R \quad (6.117)$$

em que R é a resistência de entrada do circuito eléctrico a jusante do fotodetector, k_B é a constante de Boltzmann, ou seja 1.3807×10^{-23} J/K e T é a temperatura de operação em graus Kelvin.

Tendo em consideração a independência estatística entre o ruído térmico do receptor e o sinal eléctrico, resultante da detecção do sinal óptico, a função geradora de momentos da variável decisória pode ser escrita na forma seguinte [1]

$$M_Y(s) = M_X(s) \cdot M_{th}(s) \quad (6.118)$$

onde $M_X(s)$ é a função geradora de momentos da variável resultante da detecção do sinal óptico e é dada pela expressão (6.31) ou (6.32), respectivamente para a detecção de um

"1" ou "0" lógico, e $M_{th}(s)$ é a função geradora de momentos da variável resultante do ruído térmico dada por

$$M_{th}(s) = \exp\left\{\frac{\sigma_{th}^2 \cdot s^2}{2}\right\} \quad (6.119)$$

Para além do ruído térmico do receptor, os campos dispersivos, originados durante a propagação dos impulsos do tipo solitão, podem provocar uma degradação considerável no desempenho de sistemas de comunicação ópticos baseados em solitões. Do ponto de vista do receptor, os campos dispersivos podem ser considerados como sendo um patamar de potência óptica, presente quer na presença quer na ausência de um impulso, ou seja o sinal de potência óptica depois do pré-amplificador óptico do receptor pode ser representado como

$$h_p(t) = m \cdot P_p \cdot \operatorname{sech}^2\left(\frac{t}{T_0}\right) + P_{disp} \quad (6.120)$$

em que m assume o valor um ou zero, respectivamente, na presença ou ausência de um impulso, e P_{disp} representa o nível de potência óptica originada pelos campos dispersivos.

Considerando um receptor do tipo *integrate and dump*, e tendo em conta o ruído eléctrico do receptor e os campos dispersivos, a função geradora de momentos da variável decisória, considerando o instante de decisão no final do bit, desprezando o ruído quântico, pode ser escrita da forma seguinte, tendo em consideração as expressões (6.31) e (6.32), (6.118) a (6.120).

$$M_{Y_m}(s) = \left[1 - s \cdot \frac{I_0}{M}\right]^{-M} \cdot \exp\left\{\frac{s \cdot I_{s,m}}{1 - s \cdot \frac{I_0}{M}}\right\} \cdot \exp\left\{\frac{1}{2} \cdot \sigma_{th}^2 \cdot s^2\right\} \quad (6.121)$$

em que m assume o valor de um na presença de um impulso e $I_{s,1} = \rho \cdot q \cdot (E_p / T_{bit} + P_{disp})$. Na ausência de um impulso m assume o valor zero e $I_{s,0} = \rho \cdot q \cdot P_{disp}$, sendo $I_0 = \rho \cdot q \cdot B_{opt} \cdot N_0$.

De modo a calcularmos o desempenho do sistema, usando a aproximação gaussiana, temos que calcular, a partir da expressão (6.121), os dois primeiros momentos da variável decisória, quer na presença quer na ausência de um impulso. Após alguma manipulação algébrica obtém-se

$$m_m = \left. \frac{\partial M_{Y_m}(s)}{\partial s} \right|_{s=0} = I_{s,m} + I_0 \quad (6.122)$$

e

$$\sigma_m^2 = \left. \frac{\partial^2 M_{Y_m}(s)}{\partial s^2} \right|_{s=0} - m_m^2 = \frac{2 \cdot I_{s,m} \cdot I_0}{M} + \frac{I_0^2}{M} + \sigma_{th}^2 \quad (6.123)$$

Considerando um circuito eléctrico com uma resistência de entrada de 50 Ω , a funcionar a uma temperatura de 300 K, obtemos, a partir da expressão (6.116), uma densidade espectral de ruído de aproximadamente 330 pA²/Hz. Notemos que este valor está bastante próximo do valor especificado pela HP para o receptor laboratorial usado na secção 4.8. Considerando o sistema da figura 6.16 a operar a 2.5 Gbit/s, com uma separação entre amplificadores de 30 km, obtivemos os resultados apresentados na figura 6.22 para o desempenho do sistema, com uma largura de banda eléctrica do receptor de 1 / (2 · T_{bit}).

Notemos que os resultados apresentados na figura 6.22 foram obtidos com base na aproximação gaussiana e na função geradora de momentos (6.121). Em ambos os resultados consideraram-se nulos os campos dispersivos, a linha a cheio corresponde a considerar a variância do ruído térmico nula, a linha a tracejado corresponde a considerar a variância do ruído térmico dada por (6.115).

Conforme podemos observar na figura 6.22 a degradação do desempenho originada pelo ruído térmico é reduzida para os valores usuais da energia do solitão.

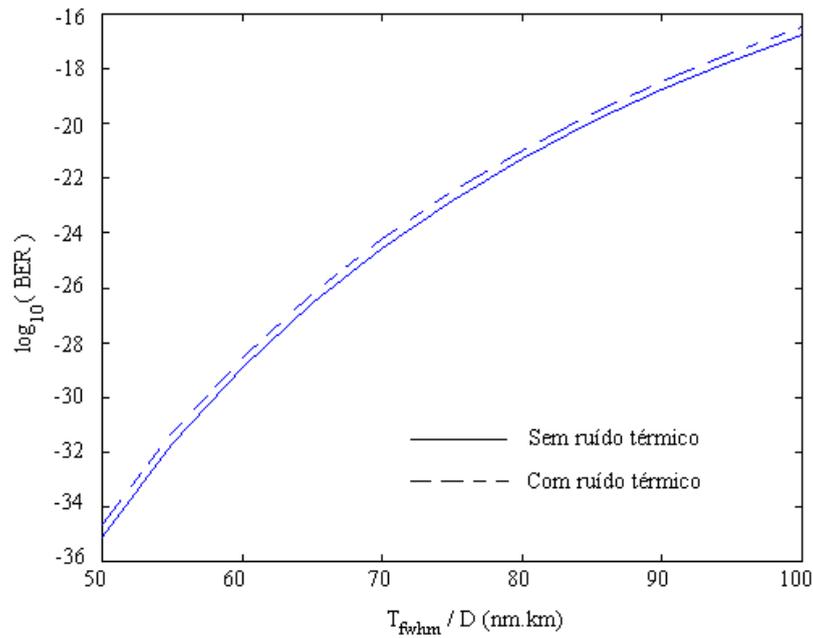


Figura 6.22 - Efeito do ruído térmico no desempenho do sistema, para várias valores da razão entre a largura a meia altura dos impulsos em potência e o valor da dispersão da fibra óptica.

Na figura 6.23 calculamos o desempenho do sistema da figura 6.22, considerando o efeito dos campos dispersivos e desprezando o ruído térmico.

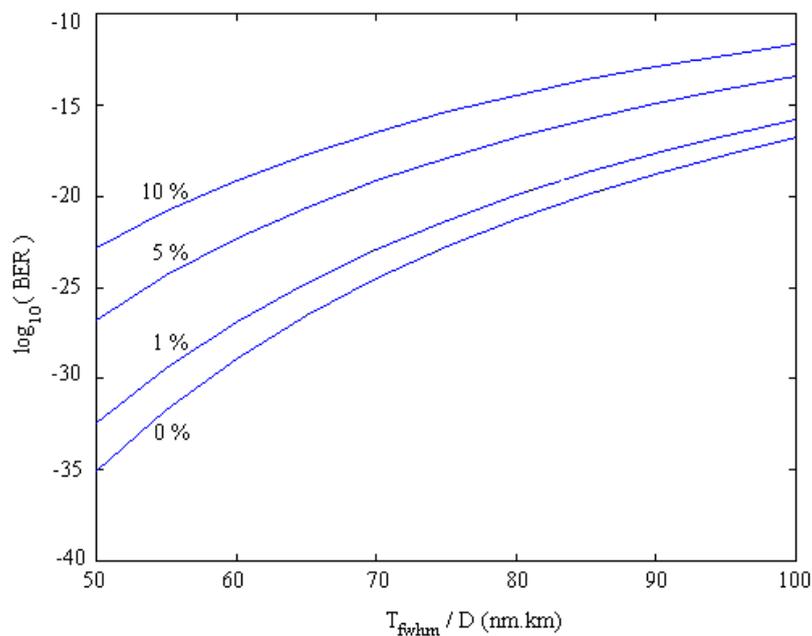


Figura 6.23 - Desempenho do sistema considerando diferentes valores de energia dispersiva e diferentes valores para a razão entre a largura a meia altura dos impulsos em potência e a dispersão da fibra óptica.

Para efeito de análise de desempenho considerámos, na figura 6.23, a energia dos campos dispersivos no período do bit como sendo uma percentagem da energia do impulso. Os resultados correspondem a uma energia dispersiva respectivamente de 0%, ou seja ausência total de campos dispersivos, 1%, 5% e 10% da energia do solitão.

Conforme podemos constatar pela figura 6.23 os campos dispersivos podem ter um papel bastante relevante na degradação do desempenho dos sistemas de comunicação baseados em solitões.

Notemos que estamos a considerar o efeito da energia dispersiva apenas na detecção, no entanto conforme foi referido no capítulo 3, a energia dispersiva vai também perturbar a propagação do solitão, ou seja o seu efeito global, caso não sejam adoptados mecanismos de controlo durante a propagação, poderá ser superior ao observado na figura 6.23.

6.7 - Conclusões

Em conclusão podemos afirmar que na optimização de sistemas de comunicação baseados em solitões ópticos relativamente ao ruído, os factores mais relevantes são: a energia do solitão, inversamente proporcional à sua largura, a densidade espectral do ruído de emissão espontânea amplificado, grandemente condicionada pelo espaçamento entre amplificadores, e os campos dispersivos. Notemos ainda que, conforme referimos no capítulo 3, os campos dispersivos são também bastante influenciados pelo espaçamento entre amplificadores. Na análise de desempenho considerámos diversos filtros do receptor práticos, para diversas larguras de banda eléctrica. Verificámos contudo, que o desempenho obtido com este tipo de filtros está ainda consideravelmente distante do desempenho óptimo. Apresentámos a resposta do filtro adaptado, que permite obter o desempenho óptimo, no domínio eléctrico e no domínio óptico. Considerámos igualmente, a degradação do desempenho do sistema devido ao ruído eléctrico do receptor, porém, para os níveis de potência óptica normalmente disponíveis, em sistema de comunicação baseados em solitões, e tendo em consideração as características dos actuais receptores com pré-amplificação óptica, tal revelou-se menos importante do que os efeitos anteriormente mencionados.

Referências

- [1] L. F. B. Ribeiro, J. R. F. da Rocha e J. L. Pinto, Performance Evaluation of EDFA Preamplified Receivers Taking into Account Intersymbol Interference, *Journal of Lightwave Technology*, Vol. 13, No. 2, pp. 225-232, 1995.
- [2] Dietrich Marcuse, Derivation of Analytical Expressions for the Bit-Error Probability in Lightwave Systems with Optical Amplifiers, *Journal of Lightwave Technology*, Vol. 8, No. 12, pp. 1816-1823, 1990.
- [3] Dietrich Marcuse, Calculation of Bit-Error Probability for a Lightwave System with Optical Amplifiers and Post-Detection Gaussian Noise, *Journal of Lightwave Technology*, Vol. 9, No. 4, pp. 505-513, 1995.
- [4] Athanasios Papoulis, *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*, 3ª edição, McGraw-Hill, Nova Iorque, EUA, 1991.
- [5] B. Saleh, *Photoelectron Statistics*, Springer-Verlag, Berlim, Alemanha, 1978.
- [6] V. K. Rohatgi, *An Introduction to Probability Theory and Mathematical Statistics*, John Wiley & Sons, Nova Iorque, EUA, 1976.
- [7] Mischa Scharwartz, *Information Transmission Modulation and Noise*, 4ª edição, McGraw-Hill, Nova Iorque, EUA, 1990.
- [8] Peter K. Cheo, *Fiber Optics - Devices and Systems*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, EUA, 1985.

