

## Capítulo 2

# Modelização da Fibra Óptica

### 2.1- Introdução

Em sistemas de comunicação ópticos, a fibra óptica é o elemento central do canal de comunicação. Tipicamente, o canal é constituído por um conjunto de troços de fibra, intercalados por amplificadores e filtros, capazes de amplificarem e condicionarem o sinal óptico. Em sistemas baseados em solitões a fibra assume um papel essencial, pelo facto da manutenção dos solitões estar directamente relacionada com o equilíbrio entre os efeitos lineares e não lineares, que actuam sobre os impulsos durante a propagação.

As fibras ópticas começaram a ser produzidas no início deste século, no entanto só a partir da década de 70, com as primeiras aplicações para o transporte de informação, o seu estudo e desenvolvimento foi intensificado. Na secção 2.2 é apresentada uma breve perspectiva histórica dos progressos tecnológicos no domínio das fibras ópticas

Na secção 2.3 analisam-se as propriedades lineares das fibras ópticas: a atenuação, a dispersão e a birrefringência. A atenuação e a dispersão foram os dois primeiros factores limitativos da capacidade dos sistemas. A birrefringência está a assumir-se, actualmente, como um novo limite linear para sistemas a altos ritmos de transmissão. Particular destaque é colocado na análise da dispersão, devido à sua relevância para o estudo de sistemas baseados em solitões ópticos.

Na secção 2.4 faz-se uma análise dos efeitos não lineares da fibra óptica, relevantes para o estudo de sistemas de comunicação ópticos. Ou seja, a auto modulação de fase (SPM - **S**elf **P**hase **M**odulation), a modulação cruzada de fase (CPM - **C**ross **P**hase **M**odulation), a mistura de quatro ondas (FWM - **F**our **W**ave **M**ixing), o efeito de Brillouin e o efeito de Raman. Embora todos estes efeitos sejam brevemente analisados, é colocada especial atenção no SPM, pois este assume-se como o efeito central na manutenção dos impulsos do tipo solitão num meio dispersivo e não linear como a fibra óptica.

Na secção 2.5 centramo-nos nos aspectos de modelização da fibra óptica para estudos analíticos e numéricos. É apresentada a derivação da equação da fibra e descrito o método numérico usado durante este trabalho, para a simulação da propagação de impulsos na fibra óptica.

## **2.2- Perspectiva histórica**

O princípio básico da reflexão interna total, responsável pela propagação da luz no interior de uma fibra óptica, é conhecido desde o século XIX. Muito embora fibras ópticas tenham sido fabricadas desde o início do século, o seu grande desenvolvimento só se verificou a partir de meados deste século, com a produção de fibras com várias camadas concêntricas o que melhorou consideravelmente as suas características [1].

Desde então a tecnologia da produção das fibras ópticas desenvolveu-se rapidamente, nomeadamente com o surgimento das primeiras aplicações na transmissão de imagem e mais tarde em sistemas de comunicação de longa distância.

No entanto, inicialmente as fibras apresentavam perdas ópticas consideráveis, da ordem dos 1000 dB/km, o que restringia fortemente a sua aplicação no campo das comunicações ópticas [2].

A situação mudou radicalmente na década de 70, com o aparecimento de fibras de sílica com perdas da ordem dos 20 dB/km. Progressos futuros neste domínio foram conseguidos, apresentando as fibras actuais perdas da ordem dos 0.35 dB/km e 0.2 dB/km na região, respectivamente, dos 1300 nm e 1550 nm.

Outro dos grandes progressos na tecnologia da produção de fibras foi o aparecimento de fibras monomodo. De facto, com os avanços conseguidos ao nível da produção das fibras, é possível realizar fibras ópticas com um diâmetro do núcleo suficientemente pequeno, de modo a permitir apenas a propagação de um único modo, eliminando assim o problema da dispersão intermodal.

O aparecimento de fibras com perdas ópticas tão baixas e posteriormente fibras monomodo, com reduzidos valores de dispersão, revolucionou o domínio das telecomunicações. Desde então as suas propriedades têm sido intensamente estudadas e melhoradas.

Uma contribuição importante no domínio da óptica não linear surgiu em 1973, quando foi sugerida a possibilidade de impulsos do tipo solitão se propagarem nas fibras ópticas, como consequência do balanço entre os efeitos lineares e não lineares [3]. Esta hipótese foi verificada experimentalmente, no início da década de 80, e deu início ao estudo e desenvolvimento de sistemas de comunicação ópticos baseados em solitões [4].

Um dos mais significativos progressos efectuados, recentemente, no domínio da tecnologia da produção das fibras ópticas, foi o aparecimento do amplificador de fibra dopada de Érbio. A dopagem da fibra óptica com Érbio permite a transferência de energia entre o sinal de bombagem, no comprimento de onda dos 980 nm ou 1480 nm, e o sinal de informação no comprimento de onda dos 1550 nm, possibilitando assim a amplificação óptica [5].

Os avanços realizados, ao nível da produção das fibras e ao nível da amplificação óptica, vieram reduzir a importância da atenuação no desempenho dos sistemas. Fazendo surgir a dispersão e as não linearidades como os dois factores limitativos do aumento da capacidade dos sistemas.

Ao nível da produção das fibras ópticas várias configurações têm sido tentadas, de modo a condicionar a dispersão e os efeitos não lineares. No entanto, estas soluções estão limitadas pela enorme quantidade de fibra normal já instalada, que os diversos operadores de telecomunicações pretendem rentabilizar.

### **2.3- Propriedades lineares**

A atenuação, foi uma das primeiras propriedades das fibras ópticas a ser intensamente estudada. De facto, só após o aparecimento de fibras com perdas inferiores aos 20 dB/km estas começaram a ser usadas para o transporte de informação, tendo a atenuação sido o principal limite ao aumento da capacidade dos sistemas durante largos anos.

Com o desenvolvimento da tecnologia da produção das fibras ópticas, com o surgimento dos amplificadores ópticos e com o advento de sistemas com elevados ritmos de transmissão, exigindo a utilização de impulsos curtos, o alargamento dos impulsos provocados pela dispersão assumiu-se como o principal factor limitativo do aumento da capacidade dos sistemas. Várias técnicas têm sido usadas, com o objectivo de condicionarem a dispersão.

O esforço contínuo em aumentar a capacidade de transmissão de informação dos sistemas de comunicação ópticos fez surgir novos limites. A birrefringência das fibras ópticas, que se manifestou desde cedo pelo facto da luz não manter a sua polarização, ao propagar-se através da fibra, só recentemente adquiriu um papel limitativo, com o surgimento de sistemas de muito elevado ritmo de transmissão.

### 2.3.1- Atenuação

Uma das mais importantes propriedades das fibras ópticas, para o projecto de sistemas de comunicação, é a atenuação. A atenuação quantifica a perda de energia do sinal óptico durante a propagação. Se  $P_{in}$ , for a potência óptica à entrada de uma fibra de comprimento  $L_T$ , à saída temos  $P_{out}$ , em que

$$P_{out} = P_{in} \cdot \exp(-\alpha \cdot L_T) \quad (2.1)$$

onde  $\alpha$  é a constante de atenuação. Pela expressão (2.1) podemos verificar que o decaimento da potência óptica segue uma lei exponencial. É usual as perdas da fibra serem quantificadas em dB/km.

As perdas da fibra são dependentes de diversos factores, nomeadamente da absorção, difusão e radiação. Nas fibras o campo óptico estende-se desde o núcleo até ao revestimento, sendo as perdas uma média pesada das perdas verificadas em cada uma das camadas da fibra.

Como vamos verificar, as perdas são fortemente dependentes do comprimento de onda do sinal óptico. As fibras ópticas de sílica apresentam uma janela de transparência que vai desde os 600 nm até aos 2000 nm, usando o critério de uma atenuação máxima de 10 dB/km para definição de transparência [6]. A atenuação tem um valor mínimo em torno dos 1550 nm, tornando esta região uma das mais atractivas para as comunicações ópticas.

As perdas por absorção, podem ter origem nos seguintes fenómenos: a absorção intrínseca, a absorção extrínseca e a absorção por defeitos atómicos. A absorção intrínseca é uma característica do material utilizado, neste caso a sílica. A absorção intrínseca da sílica é inferior a 0.03 dB/km para comprimentos de onda entre os 1300 e os 1600 nm, e representa um limite fundamental [1]. A absorção extrínseca é devida à presença de impurezas na fibra. Atendendo aos métodos sofisticados actualmente utilizados no fabrico de fibras ópticas, a absorção extrínseca é dominada pelos iões de  $\text{OH}^-$ , que mesmo numa quantidade muito pequena, são grandemente responsáveis pela forma da curva de atenuação da fibra em função do comprimento de onda [1]. A absorção por defeitos atómicos, como o próprio nome indica, deve-se a

irregularidades na estrutura atómica da fibra. Em condições normais, a absorção devido a irregularidades na estrutura atómica da fibra é desprezável, comparativamente à absorção total. No entanto, pode ser significativa se a fibra estiver exposta a fortes radiações, que levem a alterações na sua estrutura atómica [2].

As perdas por difusão são devidas a variações microscópicas da densidade do material, resultantes da natureza amorfa do material. As variações microscópicas da densidade do material, originam flutuações microscópicas do índice de refração, que por sua vez dão origem à difusão de Rayleigh da luz. A difusão de Rayleigh é um limite fundamental para as perdas da fibra, transferindo parte da energia óptica contida em modos de propagação guiados para modos não guiados.

Para os actuais processos de fabrico, a absorção extrínseca devido aos iões de  $\text{OH}^-$  e a difusão de Rayleigh são os fenómenos dominantes para a atenuação das fibras ópticas.

As perdas por radiação verificam-se quando existem curvaturas apertadas no percurso da fibra óptica. Estas curvaturas podem ser ao nível macroscópico, devido ao percurso que a fibra percorre, ou ao nível microscópico, provenientes da introdução da fibra no cabo. Estas perdas são geralmente quantificadas conjuntamente com as perdas devidas ao uso de conectores e ligações na fibra, designando-se usualmente como perdas do cabo. Estas perdas são fortemente dependentes da instalação e configuração da cablagem do sistema de comunicação.

### **2.3.1.1- Medição da atenuação**

A medição da atenuação pode ser feita apenas com o recurso a um laser e um multímetro óptico. De facto, medindo a potência óptica incidente na fibra e medindo a potência óptica à saída da fibra, compensando as perdas introduzidas pelos diversos conectores usados, temos uma medida das perdas ópticas verificadas na fibra, dividindo pelo comprimento total da fibra obtemos a atenuação óptica.

Efectuamos estas medições para uma bobine de fibra disponível no laboratório, tendo-se obtido os resultados apresentados na tabela 2.1. A bobine, de 20

km de fibra normal, foi adquirida à empresa Alcatel e apresenta a referência DEC43243.

Conforme podemos constatar, na tabela 2.1, os valores obtidos no laboratório estão muito próximos dos especificados pelos fabricantes, as ligeiras diferenças observadas podem estar relacionadas com perdas nos conectores não totalmente compensadas.

$\lambda$ (nm)	Atenuação medida (dB/km)	Atenuação especificada pelo fabricante (dB/km)
1310	0.34	0.33
1555	0.20	0.19

Tabela 2.1 - Atenuação numa fibra normal.

### 2.3.2- Dispersão

Em fibras monomodo, a dispersão resulta do somatório de duas componentes, a dispersão material e a dispersão do guia de onda. Em geral, o índice de refração linear, de um material dieléctrico, como é o caso da sílica, depende da frequência do campo electromagnético. Esta resposta do meio, função da frequência do campo incidente, origina a chamada dispersão material.

A dispersão do guia de onda resulta do facto de mesmo na ausência de dispersão material o valor efectivo do índice de refração depender da frequência óptica. Isto acontece porque a percentagem do modo de propagação do campo electromagnético que se propaga no núcleo e no revestimento varia com a frequência óptica, sendo o valor efectivo do índice de refração função quer do índice de refração do núcleo e do revestimento, quer da distribuição do modo pelo núcleo e pelo revestimento.

É possível, alterando o perfil de variação do índice de refração, manipular a dispersão do guia de onda e por consequência a dispersão total. Um exemplo de manipulação da dispersão, são as fibras de dispersão desviada, usadas actualmente em alguns sistemas comerciais, em que o comprimento de onda com dispersão nula, que

designaremos por  $\lambda_D$ , foi desviado para a janela dos 1550 nm, fazendo assim coincidir na mesma janela a atenuação e a dispersão mínima.

Usualmente, a dispersão é considerada expandindo a constante de propagação  $\beta(\omega)$ , em série de Taylor em torno da frequência central  $\omega_0$

$$\beta(\omega) = n(\omega) \cdot \frac{\omega}{c} = \beta_0 + \beta_1 \cdot (\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} \cdot \beta_2 \cdot (\omega - \omega_0)^2 + \frac{1}{6} \cdot \beta_3 \cdot (\omega - \omega_0)^3 + \dots (2.2)$$

onde

$$\beta_m = \left. \frac{d^m \beta}{d\omega^m} \right|_{\omega=\omega_0} (2.3)$$

Na expressão (2.2),  $\beta_0$  é a constante de fase da portadora,  $\beta_1$  é o inverso da velocidade de grupo e os termos de ordem superior são responsáveis pela dispersão. Na prática, os termos com ordem superior a três não são significativos, considerando-se apenas  $\beta_2$  e  $\beta_3$ . O parâmetro  $\beta_2$  é o termo responsável pela dispersão da velocidade de grupo (GVD - **Group Velocity Dispersion**) e  $\beta_3$  é usualmente designado como coeficiente de dispersão de segunda ordem. O parâmetro  $\beta_3$  é pouco significativo para comprimentos de onda afastados do comprimento de onda com dispersão nula  $\lambda_D$ . Para comprimentos de onda na vizinhança de  $\lambda_D$ ,  $\beta_2$  assume valores próximos de zero e  $\beta_3$  assume um papel importante.

Em sistemas de comunicação ópticos, é comum utilizar-se o parâmetro de dispersão  $D$ , definido por

$$D = \frac{d\beta_1}{d\lambda} = -\frac{2 \cdot \pi \cdot c}{\lambda^2} \cdot \beta_2 (2.4)$$

sendo usualmente expresso em ps/nm/km.

A expressão (2.4) pode ser interpretada da seguinte forma: o valor de  $D$  é o atraso, que sofre um impulso relativamente a outro, este com comprimento de onda central deslocado de menos 1 nm, após propagarem-se em 1 km de fibra.



Quando  $\beta_2$  é positivo, D negativo, dizemos que estamos no regime de dispersão normal. Caso contrário, dizemos que estamos no regime de dispersão anómalo, que é o caso das fibras normais a operarem na janela dos 1550 nm. Como veremos no capítulo seguinte, só é possível manter impulsos do tipo solitões no regime de dispersão anómalo.

A derivada em ordem ao comprimento de onda da dispersão  $dD/d\lambda$ , usualmente designada como dispersão de segunda ordem, pode ser relacionada com  $\beta_2$  e  $\beta_3$  da seguinte forma

$$\frac{dD}{d\lambda} = \frac{2 \cdot \pi \cdot c}{\lambda^3} \cdot \left[ 2 \cdot \beta_2 + \frac{2 \cdot \pi \cdot c}{\lambda} \cdot \beta_3 \right] \quad (2.5)$$

sendo usualmente expressa em ps/nm<sup>2</sup>/km.

Muito embora, a dispersão coloque um limite à distância máxima que é possível atingir sem regeneração, a presença de um certo nível de dispersão é importante para compensar os efeitos não lineares. Como veremos, o SPM é integralmente compensado pela dispersão em sistemas baseados em solitões, e em sistemas WDM é exigido um nível residual de dispersão de modo a tornar menos efectivo o FWM.

Durante os últimos anos, foram surgindo um conjunto de técnicas capazes de compensarem o alargamento dos impulsos. Foram sugeridas técnicas que permitem compensar a dispersão quer do lado do emissor, quer ao longo do canal de comunicação, quer ainda no receptor. As técnicas usadas do lado do emissor incluem tipicamente a manipulação da largura espectral da fonte, geralmente com técnicas designadas por *pre-chirp*. As técnicas de *pre-chirp* actuais, permitem estender até três vezes a distância máxima que é possível alcançar sem regeneração [7].

As técnicas de compensação da dispersão do lado do receptor, baseiam-se no carácter determinístico da dispersão, sendo usual o recurso a filtros equalizadores a operarem no domínio eléctrico após a detecção do sinal [7].

Técnicas inteiramente ópticas são usadas para compensação da dispersão ao longo do canal de transmissão. Destas técnicas duas têm assumido grande

importância. As baseadas em redes de Bragg, alvo de intensa investigação nos últimos anos e as baseadas na inclusão de troços de fibra para compensação da dispersão, actualmente muito usadas em sistemas comerciais [7].

### 2.3.2.1- Medição da dispersão

Diversas técnicas têm sido utilizadas para medir a dispersão em fibras ópticas. Têm sido usadas técnicas no domínio do tempo, baseadas na medição do alargamento temporal de impulsos ou na medição do atraso entre impulsos com diferentes comprimentos de onda [8]. No entanto, as técnicas no domínio do tempo requerem, invariavelmente, grande precisão na geração de impulsos estreitos e na medição dos atrasos temporais. Técnicas no domínio da frequência têm mostrado ser mais práticas e precisas.

Com o objectivo de procedermos à medição da dispersão relativa a uma bobine de fibra disponível no laboratório, utilizámos uma técnica no domínio da frequência, baseada nas interferências construtivas e destrutivas resultantes da propagação de três riscas espectrais num meio dispersivo [9].

Na figura 2.1 temos esquematizado o princípio da técnica de medição da dispersão utilizada.

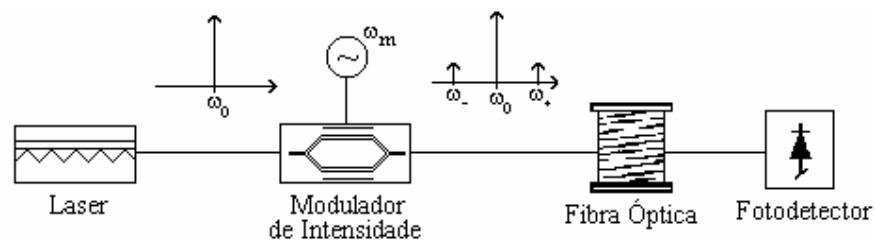


Figura 2.1 - Medição da dispersão

O sinal óptico à saída do laser é modulado em intensidade por uma senoide com frequência  $\omega_m$ , muito menor que a frequência da portadora óptica  $\omega_0$ . A amplitude do sinal modulante deve ser suficientemente pequena de modo a ser válida a aproximação seguinte, para o campo eléctrico à saída do modulador

$$E(z=0, t) = \sqrt{E_0^2 \cdot \left(1 + m \cdot \cos(\omega_m \cdot t)\right)} \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) \approx E_0 \cdot \left(1 + \frac{m}{2} \cdot \cos(\omega_m \cdot t)\right) \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) \quad (2.6)$$

em que foi feita uma expansão em série de McLaurin em ordem a  $m$ , da envolvente do campo eléctrico, até à primeira potência do índice de modulação  $m$  e em que  $m$  é muito menor que um.

À entrada da fibra óptica temos um sinal com três riscas espectrais, uma à frequência da portadora  $\omega_0$ , outra à frequência  $\omega_0 + \omega_m$ , frequência soma, e outra à frequência  $\omega_0 - \omega_m$ , frequência diferença. De tal modo que o campo eléctrico durante a propagação pode ser descrito pela expressão

$$E(z, t) \approx E_0 \cdot \left\{ \cos(\beta_0 \cdot z - \omega_0 \cdot t) + \frac{m}{4} \cdot \left[ \cos(\beta_+ \cdot z - (\omega_0 + \omega_m) \cdot t) + \cos(\beta_- \cdot z - (\omega_0 - \omega_m) \cdot t) \right] \right\} \quad (2.7)$$

onde  $\beta_0$ ,  $\beta_+$  e  $\beta_-$  são as constantes de fase calculadas em  $\omega_0$ ,  $\omega_0 + \omega_m$  e  $\omega_0 - \omega_m$ .

Devido à variação do índice de refração com a frequência, produzem-se, após a propagação, situações de interferência construtiva ou destrutiva dependentes da frequência de modulação  $\omega_m$ .

A corrente à saída do fotodetector é proporcional à potência óptica incidente, logo proporcional ao quadrado do campo eléctrico. Esta corrente vai apresentar componentes correspondentes ao batimento das três frequências. Atendendo à largura de banda do fotodetector as frequências soma são eliminadas, ou seja temos à saída do fotodetector uma componente continua, outra à frequência de modulação e outra a duas vezes a frequência de modulação. A componente à frequência de modulação é dada por

$$i_{\omega_m}(t) \approx i_0 \cdot \frac{m}{4} \cdot \left\{ \cos(\omega_m \cdot t + \beta_0 \cdot L_T - \beta_+ \cdot L_T) + \cos(-\omega_m \cdot t + \beta_0 \cdot L_T - \beta_- \cdot L_T) \right\} \quad (2.8)$$

onde  $i_0$  é uma constante proporcional ao quadrado da amplitude do campo eléctrico e  $L_T$  é o comprimento total da fibra.

Atendendo à expressão (2.2) podemos escrever

$$\beta_+ \approx \beta_0 + \beta_1 \cdot \omega_m + \frac{\beta_2}{2} \cdot \omega_m^2 \quad (2.9)$$

e

$$\beta_- \approx \beta_0 - \beta_1 \cdot \omega_m + \frac{\beta_2}{2} \cdot \omega_m^2 \quad (2.10)$$

substituindo (2.9) e (2.10) em (2.8) obtemos

$$i_{\omega_m}(t) \approx i_0 \cdot \frac{m}{2} \cdot \cos\left(\frac{1}{2} \cdot \beta_2 \cdot \omega_m^2 \cdot L_T\right) \cdot \cos(\omega_m \cdot t - \beta_1 \cdot \omega_m \cdot L_T) \quad (2.11)$$

Temos assim, que a amplitude da componente espectral, à frequência de modulação, varia com o coseno de uma expressão dependente de  $\beta_2$ , do quadrado da frequência de modulação e do comprimento da fibra.

Na análise efectuada até aqui, assumimos que a modulação da potência óptica era ideal, ou seja que era conseguida sem qualquer modulação de fase. No entanto, o processo de modulação da intensidade da luz introduz geralmente uma variação na frequência instantânea do campo eléctrico, denominada de *chirp*. Foi mostrado no trabalho [10] que é possível caracterizar o *chirp*, induzido pela modulação directa de um laser semiconductor e o *chirp* induzido pela acção de um modulador externo, a operarem para pequenos sinais, através do coeficiente  $\alpha_{ch}$ , que é definido como

$$\frac{d\phi(t)}{dt} = \frac{\alpha_{ch}}{2 \cdot P(t)} \cdot \frac{dP(t)}{dt} \quad (2.12)$$

em que  $\phi$  e  $P(t)$  são, respectivamente, a fase e a potência do campo.

No capítulo 4 é analisado com mais detalhe o problema do *chirp* num laser semiconductor, sendo o *chirp* induzido por um modulador do tipo Mach-Zehnder analisado no apêndice A desta tese.

Por agora, vamos voltar à equação (2.12) que pode ser facilmente resolvida, obtendo-se

$$\phi(t) = \frac{\alpha_{ch}}{2} \cdot \ln(P(t)) + \phi_i \quad (2.13)$$

em que  $\phi_i$  é uma constante.

Atendendo às expressões (2.6), (2.12) e (2.13) e notando que a raiz quadrada da potência óptica é proporcional a  $\sqrt{s} \approx \left(1 + \frac{m}{2} \cdot \cos(\omega_m \cdot t)\right)$  podemos rescrever a equação (2.6), incluindo a modulação de fase devida ao *chirp* na forma seguinte

$$E(z=0, t) = \frac{1}{2} \cdot E_0 \cdot \left\{ \sqrt{s} \cdot e^{i\omega_0 \cdot t + i\phi_i + i\frac{\alpha_{ch}}{2} \cdot \ln(s)} + c.c. \right\} \quad (2.14)$$

em que c.c. representa o complexo conjugado.

De (2.14) obtemos

$$E(z=0, t) = \frac{1}{2} \cdot E_0 \cdot \left\{ (\sqrt{s})^{1+i\alpha_{ch}} \cdot e^{i\omega_0 \cdot t + i\phi_i} + c.c. \right\} \quad (2.15)$$

Atendendo a que para valores de  $m$  muito menores que um é válida a aproximação

$$\left(1 + \frac{m}{2} \cdot \cos(\omega_m \cdot t)\right)^{1+i\alpha_{ch}} \approx 1 + \frac{m}{2} \cdot (1+i\alpha_{ch}) \cdot \cos(\omega_m \cdot t) \quad (2.16)$$

obtemos a partir de (2.15)

$$E(z=0, t) \approx E_0 \cdot \left\{ \cos(\omega_0 \cdot t + \phi_i) \right\} + E_0 \cdot \left\{ \frac{m}{4} \cdot \sqrt{1+\alpha_{ch}^2} \cdot \left[ \cos((\omega_0 + \omega_m) \cdot t + \arctan(\alpha_{ch}) + \phi_i) + \cos((\omega_0 - \omega_m) \cdot t + \arctan(\alpha_{ch}) + \phi_i) \right] \right\} \quad (2.17)$$

repetindo o procedimento anteriormente efectuado para obtermos (2.11), obtemos agora

$$i_{\omega_m}(t) \approx i_0 \cdot \sqrt{1+\alpha_{ch}^2} \cdot \frac{m}{2} \cdot \cos\left(\frac{1}{2} \cdot \beta_2 \cdot \omega_m^2 \cdot L_T - \arctan(\alpha_{ch})\right) \cdot \cos(\omega_m \cdot t - \beta_1 \cdot \omega_m \cdot L_T) \quad (2.18)$$

Notemos que se a modulação da potência óptico não provocar também uma modulação da fase, ou seja se não for introduzido *chirp*, logo se  $\alpha_{ch}$  for nulo a expressão (2.18) reduz-se a (2.11).

De (2.18) obtemos para a amplitude de  $i_{\omega_m}(t)$  a expressão

$$i_{\omega_m} \approx i_0 \cdot \sqrt{1 + \alpha_{ch}^2} \cdot \frac{m}{2} \cdot \left| \cos \left( \frac{1}{2} \cdot \beta_2 \cdot \omega_m^2 \cdot L_T - \arctan(\alpha_{ch}) \right) \right| \quad (2.19)$$

que assume um valor mínimo quando a fase do coseno iguala  $(d+1/2) \cdot \pi$ , onde  $d$  é um inteiro. Donde podemos obter a expressão para os mínimos

$$-\frac{1}{2} \cdot \beta_2 \cdot \omega_{m,d}^2 \cdot L_T + \arctan(\alpha_{ch}) = \left( d + \frac{1}{2} \right) \cdot \pi \quad (2.20)$$

onde  $\omega_{m,d}$  é a frequência de modulação correspondente ao mínimo de ordem  $d$ .

A equação (2.19) é igual à equação (11), apresentada no trabalho [11], de F. Devaux, Y. Sorel e J. F. Kerdiles, a menos de um factor de  $1/2$ , que tem origem numa imprecisão na escrita da equação (10) e na passagem para a equação (11), do referido trabalho.

Usando a expressão (2.4), podemos rescrever a expressão (2.20) de modo a aparecerem explicitamente o coeficiente de dispersão da fibra e o coeficiente do *chirp* do emissor

$$f_{m,d}^2 \cdot L_T = \frac{c}{2 \cdot D \cdot \lambda^2} \cdot 2 \cdot d + \frac{c}{2 \cdot D \cdot \lambda^2} \left( 1 - \frac{2}{\pi} \cdot \arctan(\alpha_{ch}) \right) \quad (2.21)$$

Notemos que a expressão (2.21) assume a forma de uma equação do tipo  $y = m \cdot x + b$ , ou seja a forma duma equação de uma recta. Podemos por isso, com base num conjunto de medições laboratoriais que permitam determinar a frequência dos mínimos da expressão (2.19), estimar a dispersão da fibra e o coeficiente do *chirp* do emissor ajustando a equação da recta aos dados experimentais.

De modo a calcularmos a dispersão cromática em diversos comprimentos de onda, utilizámos um laser sintonizável da marca Santec modelo TSL-200, o que nos permitiu efectuar as medições desde o comprimento de onda dos 1535 nm até aos 1570 nm.

A modulação do sinal óptico foi efectuada com um modulador interferométrico do tipo Mach-Zehnder, ver apêndice A, fabricado pela Lucent Technologies, com o número de série 3035 e modelo x2623C. Com este tipo de modulador interferométrico é possível modular a intensidade do sinal óptico, sem provocar qualquer modulação na fase, ou seja é possível modular o sinal óptico sem introduzir *chirp*. No entanto para que tal se verifique é necessário provocar um atraso de fase simétrico em cada um dos braços do modulador, ou seja é necessário atacar o modular com dois sinais em oposição de fase [10, 12].

O sinal de modulação que usámos foi obtido de um analisador de redes, Wiltron 360B, o que nos permitiu variar a frequência do sinal entre os 0.04 e 20.00 GHz com uma resolução de 0.04 GHz. No entanto este equipamento não tem uma saída com o sinal em oposição de fase, não nos permitindo atacar os dois braços do modulador. Este facto faz com que o sinal óptico à saída do modulador, para além da modulação da intensidade apresente também uma modulação de fase. Do ponto de vista da técnica usada para a medição da dispersão tal é irrelevante, ver expressão 2.21, pois a determinação da dispersão é efectuada com base no declive da recta e o parâmetro do *chirp* apenas vai alterar o valor da ordenada na origem. Iremos pois nesta secção concentrar-nos apenas na determinação da dispersão, o *chirp* será analisado em detalhe no capítulo 4.

Vamos calcular o valor da dispersão para vários comprimentos de onda, obtendo assim a curva da dispersão em função do comprimento de onda, para depois calcularmos a derivada desta curva e obtermos o valor para a dispersão de segunda ordem.

Atendendo à baixa sensibilidade do nosso receptor óptico, e de modo a podermos usar um comprimento total de fibra de 70.740 km, de modo a visualizarmos um maior número de mínimos, adicionámos ao esquema da figura 2.1 um amplificador óptico entre o laser e o modulador. A montagem experimental usada é apresentada na figura 2.2. Para um comprimento de onda central igual a 1550 nm, obteve-se a resposta apresentada na figura 2.3.

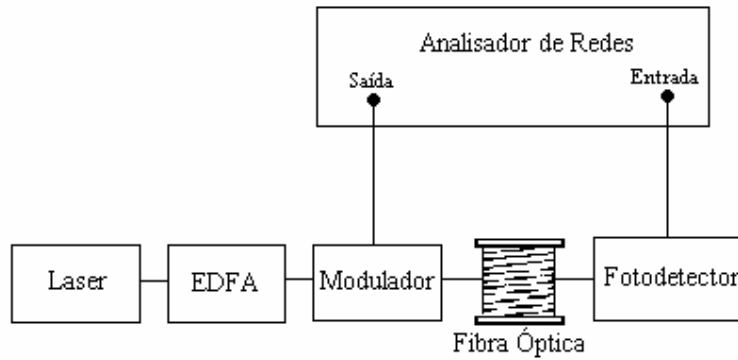


Figura 2.2 - Montagem experimental usada na medição da dispersão.

Notemos que definindo como sinal de entrada a saída do analisador de redes, que é um sinal sinusoidal com frequência variável, e como sinal de saída a entrada do analisador de redes, podemos definir uma função de transferência do sistema constituído pelo modulador, fibra e fotodetector. A amplitude da resposta em frequência, do sistema anteriormente definido, a menos duma constante e da resposta em frequência do modulador e fotodetector é análoga à expressão (2.19).

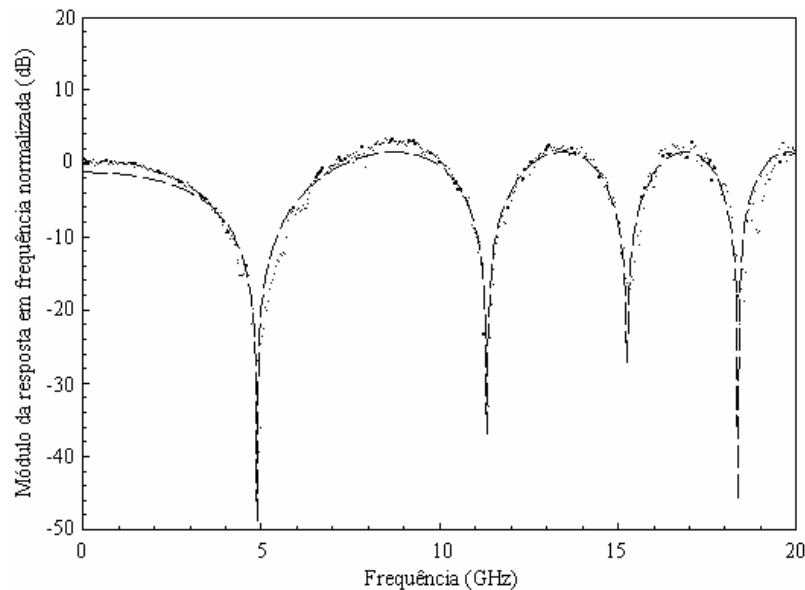


Figura 2.3 - Módulo da resposta em frequência normalizada para o comprimento de onda central de 1550 nm. Os pontos correspondem a medições experimentais e a tracejado temos a resposta teórica, obtida com base na expressão (2.19) depois de determinados os parâmetros  $\alpha_{ch}$  e  $\beta_2$ .

Com o objectivo de compensar a resposta em frequência do modulador e do fotodetector, efectuamos inicialmente para todos os comprimentos de onda, uma



medição da resposta em frequência do sistema sem a fibra. Para obtermos o modulo da resposta em frequência pretendida, dividimos o modulo da resposta em frequência medida pelo modulo da resposta em frequência do sistema sem a fibra, obtendo-se para todos os comprimentos de onda uma resposta análoga à apresentada na figura 2.3.

Determinando os mínimos da resposta em frequência podemos traçar o gráfico apresentado na figura 2.4 e fazendo uma regressão linear minimizando os erros quadráticos obtemos o valor da dispersão de acordo com expressão (2.21). Repetiu-se o mesmo procedimento para outros comprimentos de onda, tendo-se obtido a curva apresentada na figura 2.5 para a dispersão em função do comprimento de onda, notemos que calculando a derivada da dispersão em ordem ao comprimento de onda obtém-se a dispersão de segunda ordem. No comprimento de onda dos 1550 nm obteve-se o valor de 16.8 ps/nm/km para a dispersão, e de 0.063 ps/nm<sup>2</sup>/km para a dispersão de segunda ordem. Ou seja, o valor de -21.4 ps<sup>2</sup>/km para o  $\beta_2$  e de 0.14 ps<sup>3</sup>/km para o  $\beta_3$ . No comprimento de onda dos 1555 nm obtivemos, 17.0 ps/nm/km e 0.085 ps/nm<sup>2</sup>/km para D e dD/d $\lambda$ , respectivamente, ou seja, -21.7 ps<sup>2</sup>/km para o  $\beta_2$  e 0.18 ps<sup>3</sup>/km para o  $\beta_3$ .

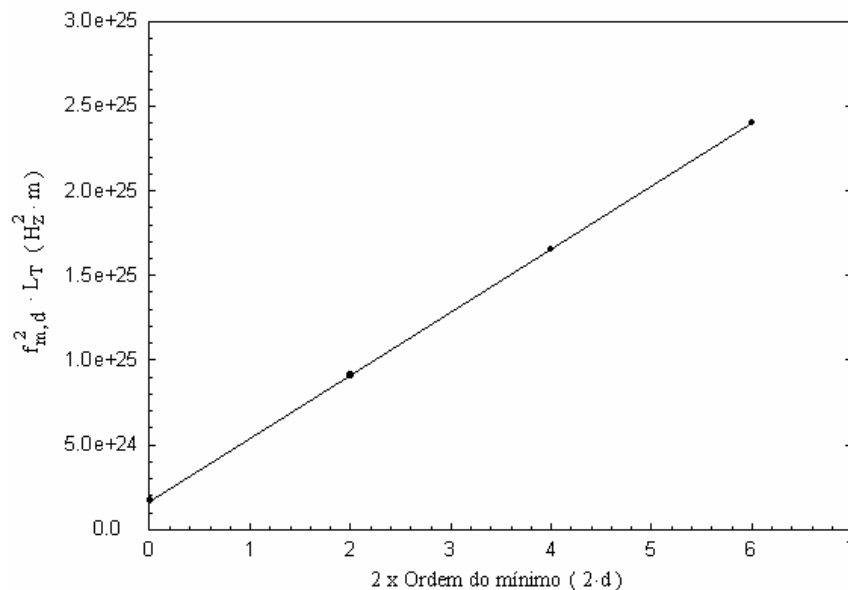


Figura 2.4 - Recta obtida com base na expressão (2.21). Calculando o declive da recta obtemos o valor da dispersão.

Conforme podemos comprovar, comparando os valores obtidos no laboratório com os valores típicos para uma fibra normal, ver tabela 2.2, os valores medidos estão dentro da gama de valores esperados para uma fibra normal.

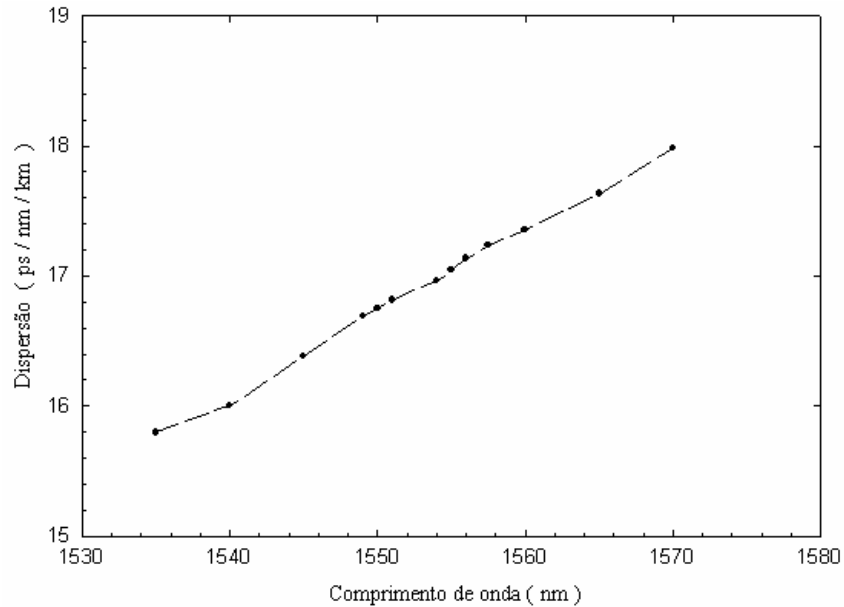


Figura 2.5 - Dispersão em função do comprimento de onda.

### 2.3.3- Birrefringência

Definindo dois eixos ortogonais arbitrários podemos analisar a propagação de um sinal óptico linearmente polarizado, através duma fibra óptica monomodo, considerando a existência de dois modos degenerados, polarizados ortogonalmente e coincidentes com os eixos anteriormente definidos. Em condições ideais estes modos propagam-se de igual forma, devido à simetria circular do guia de onda, dando sentido à expressão fibra monomodo e mantendo a polarização da luz ao longo da propagação.

No entanto, a luz não mantém a polarização ao propagar-se através duma fibra monomodo normal. Tal deve-se a imperfeições no guia de onda, devidas a defeitos geométricos no fabrico, a deformações mecânicas na cablagem, e a pressões mecânicas externas que fazem com que a fibra óptica seja melhor modelizada por um guia de onda elíptico, em que se fazem coincidir os eixos ortogonais com os eixos da elipse. Nesta situação os dois modos ortogonais, em que se pode decompor qualquer sinal óptico, apresentam velocidades de propagação diferentes.

Este modelo elíptico da fibra óptica permite explicar parcialmente a variação da propagação da luz ao longo da propagação. A explicação é apenas parcial porque segundo este modelo a variação da polarização da luz seria periódica, ou seja seria possível definir um conjunto de pontos, igualmente espaçados ao longo da fibra, onde a luz retomava a polarização inicial.

Tal não se verifica porque a birrefringência assume características aleatórias ao longo da fibra e, eventualmente, ao longo do tempo. Notemos que a origem da birrefringência são imperfeições da fibra. Grande parte das imperfeições são devidas ao processo de fabrico e instalação e vão permanecer constantes ao longo do tempo, no entanto existem outras, que são causadas por perturbações externas, que poderão ser variáveis com o tempo. Um exemplo típico destas, é a pressão exercida pelo trafego automóvel sobre as fibras instaladas em condutas ao longo das auto-estradas.

Se considerarmos um troço de fibra suficientemente pequeno, de modo a podermos assumir que nesse troço as imperfeições da fibra são uniformes, podemos considerar o modelo elíptico para a fibra, em que esta suporta dois modos ortogonais que se propagam a velocidades ligeiramente diferentes. A birrefringência é usualmente quantificada em termos da diferença dos índices de refração em cada uma das polarizações ortogonais

$$B = |n_x - n_y| = \frac{c}{\omega} \cdot |\beta_x - \beta_y| \quad (2.22)$$

onde  $n_x$  e  $n_y$ ,  $\beta_x$  e  $\beta_y$  são os índices de refração e constantes de propagação em cada um dos eixos ortogonais,  $c$  é a velocidade da luz no vazio e  $\omega$  é a frequência angular do campo eléctrico.

A diferença da velocidade de fase indicada pela equação (2.22), é usualmente acompanhada por uma diferença na velocidade de grupo para cada um dos modos ortogonais. Esta diferença na velocidade de grupo, que pode alargar os impulsos e limitar a capacidade da fibra, dá origem à chamada dispersão devida à polarização dos modos de propagação (PMD - **P**olarisation **M**ode **D**ispersion) e é dada por

$$D_{\text{PMD}} = \frac{\Delta T}{L_T} = \left| \frac{d}{d\omega} (\beta_x - \beta_y) \right| = \left| \frac{1}{v_{gx}} - \frac{1}{v_{gy}} \right| \quad (2.23)$$

onde  $\Delta T$ , é o atraso sofrido após a propagação de um distância  $L_T$ , por um impulso que se propaga no eixo lento relativamente a um impulso que se propaga no eixo rápido. A quantidade (2.23) vem normalmente expressa em ps/km.

A expressão (2.23) é apenas válida para um troço de fibra suficientemente pequeno, tipicamente da ordem de alguns metros, onde se podem considerar os eixos de polarização fixos. Um troço maior de fibra pode ser considerado como a concatenação de vários troços elementares onde se procedeu a uma rotação aleatória dos eixos de polarização [13]. O que faz com que a PMD não aumente linearmente com a distância. De facto, devido a rotação aleatória dos eixos de polarização, a PMD de uma secção pode ser subtraída ou adicionada à da secção anterior. Originando que num troço de fibra suficientemente grande, igual ou superior às dezenas de quilómetro, a PMD aumente com a raiz quadrada da distância, sendo por isso usualmente expressa em  $\text{ps}/\sqrt{\text{km}}$  [14].

No âmbito deste trabalho, considerámos a birrefringência como o resultado de imperfeições ou perturbações externas induzidas na fibra óptica. Porém, a birrefringência pode também ter origem na interacção do campo com a matéria, conforme é referenciado nos trabalhos [13] e [14], no entanto, de acordo com os referidos trabalhos, tal efeito é usualmente pequeno e não irá por isso ser tratado nesta tese.

## 2.4- Propriedades não lineares

O amplificador de fibra dopada de Érbio, veio possibilitar o surgimento de sistemas totalmente ópticos, de largas centenas de quilómetros, fazendo com que os efeitos não lineares da fibra óptica que eram negligenciáveis, para curtas distâncias e para os níveis de potência usados, assumissem um papel crucial no desempenho dos sistemas.

Os efeitos não lineares nas fibras ópticas de sílica, relevantes para os sistemas de comunicação que vamos analisar nesta tese, podem ser classificados em duas categorias: os efeitos originados pela não linearidade do índice de refração e os originados pela difusão estimulada. Os primeiros manifestam-se por uma variação da

fase em função da potência óptica, e os segundos dão origem ao aparecimento de ganhos e perdas ópticas dependentes da intensidade do campo.

### 2.4.1- Índice de refração não linear

A resposta de qualquer meio dieléctrico à presença de um campo electromagnético torna-se não linear para elevados valores da intensidade do campo, o mesmo sucede nas fibras ópticas. Como resultado o vector polarização induzida  $\mathbf{P}$ , não varia linearmente com o campo eléctrico  $\mathbf{E}$ , e pode ser aproximado pela relação seguinte

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \cdot \{ \chi^{(1)} \cdot \mathbf{E} + \chi^{(2)} \cdot \mathbf{E}\mathbf{E} + \chi^{(3)} \cdot \mathbf{E}\mathbf{E}\mathbf{E} + \dots \} \quad (2.24)$$

onde  $\epsilon_0$  é a permissividade do vácuo e  $\chi^{(d)}$  ( $d=1, 2, 3, \dots$ ) é a susceptibilidade eléctrica de ordem  $d$ . De modo a incluir o efeito da polarização do campo eléctrico,  $\chi^{(d)}$  é um tensor de ordem  $d+1$ . A susceptibilidade de primeira ordem  $\chi^{(1)}$ , é a contribuição principal para o vector polarização. Os seus efeitos são incluídos através do índice de refração linear  $n$  e do coeficiente de atenuação  $\alpha$ . O parâmetro da susceptibilidade de segunda ordem  $\chi^{(2)}$  é responsável pela geração de harmónicos de segunda ordem. No entanto, devido à simetria das moléculas de sílica, a susceptibilidade de segunda ordem é desprezável nas fibras ópticas actuais. Assim os efeitos não lineares, de menor ordem, são originados pela susceptibilidade de terceira ordem.

O facto do vector polarização induzida  $\mathbf{P}$ , não variar linearmente com o campo eléctrico, faz com que o índice de refração para além de variar com a frequência, varie também com a intensidade do campo. É por isso usual escrever-se o índice de refração como a soma de duas componentes, uma que varia com a frequência, que como vimos anteriormente dá origem à dispersão e que designámos por índice de refração linear, e outra que varia com a intensidade do campo, que é usualmente designada por componente não linear do índice de refração, e que dá origem a fenómenos como o SPM, o CPM e o FWM. À constante de proporcionalidade, entre a intensidade do campo e a componente não linear do índice de refração, dá-se o nome de índice de refração não linear.

### 2.4.1.1 - Auto modulação de fase - SPM

No caso das fibras ópticas de sílica e para comprimentos de onda compreendidos entre os 500 e os 2000 nm o vector polarização induzida, expressão 2.24, pode ser escrito da seguinte forma [1]

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_L + \mathbf{P}_{NL} \quad (2.25)$$

com

$$\mathbf{P}_L = \epsilon_0 \cdot \chi^{(1)} \cdot \mathbf{E} \quad (2.26)$$

e

$$\mathbf{P}_{NL} = \epsilon_0 \cdot \chi^{(3)} \cdot \mathbf{E}\mathbf{E}\mathbf{E} \quad (2.27)$$

em que  $|\mathbf{P}_{NL}| \ll |\mathbf{P}_L|$ .

Assumindo que a resposta não linear é instantânea e que o campo eléctrico está linearmente polarizado, obtemos para a componente não linear do vector polarização o seguinte valor

$$P_{NL} = \epsilon_0 \cdot \chi^{(3)} \cdot E^3 \quad (2.28)$$

É importante contudo notar que a susceptibilidade eléctrica de ordem três que aparece na expressão (2.28) é uma grandeza escalar, que relaciona o valor do vector polarização induzida com o valor do vector campo eléctrico quando as polarizações são coincidentes. Ou seja, em rigor  $\chi^{(3)}$  que aparece na expressão (2.28) é uma componente do tensor susceptibilidade eléctrica de ordem quatro, que aparece na expressão (2.27). Em alguma literatura especializada esta componente é designada por  $\chi_{xxxx}^{(3)}$ , ver por exemplo [1].

Voltando à expressão (2.28) e assumindo que o campo eléctrico pode ser descrito por uma função do tipo  $|E| \cdot \cos(\omega_0 \cdot t)$  obtemos

$$P_{NL} = \frac{\epsilon_0 \cdot \chi^{(3)}}{4} \cdot |E|^3 \cdot \cos(3 \cdot \omega_0 \cdot t) + \frac{3 \cdot \epsilon_0 \cdot \chi^{(3)}}{4} \cdot |E|^3 \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) \quad (2.29)$$

atendendo a que  $\{\cos(\omega_0 \cdot t)\}^3 = \frac{1}{4} \cdot \cos(3 \cdot \omega_0 \cdot t) + \frac{3}{4} \cdot \cos(\omega_0 \cdot t)$ .

A primeira parcela do segundo termo da expressão (2.29) pode levar à geração de sinal na terceira harmónica. Porém em sistemas de comunicação ópticos, as componentes a frequências múltiplas da frequência óptica são filtradas pela largura de banda do sistema. Iremos pois considerar apenas a segunda parcela da equação (2.29), que faz com que o índice de refração varie com a intensidade do campo eléctrico.

A equação (2.29) pode então ser escrita na forma seguinte

$$\mathbf{P}_{NL} = \epsilon_0 \cdot \epsilon_{NL} \cdot \mathbf{E} \quad (2.30)$$

onde  $\epsilon_{NL}$  é a permissividade relativa não linear dada por

$$\epsilon_{NL} = \frac{3 \cdot \chi^{(3)}}{4} \cdot |\mathbf{E}|^2 \quad (2.31)$$

A partir das equações de Maxwell, para um meio dieléctrico sem cargas nem correntes eléctricas e não magnético, e tendo em consideração (2.25), podemos obter a equação de onda

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}_L}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}_{NL}}{\partial t^2} \quad (2.32)$$

em que  $\mu_0$  é a permeabilidade magnética do vazio.

Considerando o campo eléctrico linearmente polarizado e as não linearidades como uma pequena perturbação, e assumindo que  $\epsilon_{NL}$  é constante, podemos escrever a equação (2.32) no domínio da frequência

$$\nabla^2 \mathbf{E} + \epsilon(\omega) \cdot k_0^2 \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (2.33)$$

onde

$$\epsilon(\omega) = 1 + \chi^{(1)} + \epsilon_{NL} \quad (2.34)$$

e  $k_0$  é a constante de propagação no vazio dada por  $2 \cdot \pi / \lambda$ .

Atendendo a que a permissividade eléctrica relativa pode ser definida como [1]

$$\epsilon(\omega) = \left( n_{\text{eff}} + i \cdot \frac{\alpha_{\text{eff}} \cdot c}{2 \cdot \omega} \right)^2 \quad (2.35)$$

em que  $n_{\text{eff}}$  e  $\alpha_{\text{eff}}$  são respectivamente o índice de refacção efectivo e o coeficiente de atenuação efectivo, dados por

$$n_{\text{eff}} = n + n_2 \cdot |E|^2 \quad (2.36)$$

e

$$\alpha_{\text{eff}} = \alpha + \alpha_2 \cdot |E|^2 \quad (2.37)$$

Igualando a parte real e imaginária das expressões (2.34) e (2.35) e tendo em consideração as expressões (2.36) e (2.37), obtemos

$$n(\omega) \approx 1 + \frac{1}{2} \text{Re}[\chi^{(1)}(\omega)] \quad (2.38)$$

$$n_2 \approx \frac{3}{8 \cdot n} \text{Re}[\chi^{(3)}] \quad (2.39)$$

$$\alpha(\omega) \approx \frac{\omega}{n \cdot c} \text{Im}[\chi^{(1)}(\omega)] \quad (2.40)$$

$$\alpha_2 \approx \frac{3 \cdot \omega}{4 \cdot n \cdot c} \text{Im}[\chi^{(3)}] \quad (2.41)$$

A parte linear do índice de refacção e da atenuação são dadas pelas expressões (2.38) e (2.40) e o coeficiente não linear pelas expressões (2.39) e (2.41). Notemos que a frequência angular aparece como argumento da susceptibilidade eléctrica de primeira ordem, de modo a tornar explicita a sua dependência com a frequência.

No tratamento dos efeitos não lineares nas fibras ópticas de sílica são, usualmente, consideradas duas aproximações. Uma é desprezar a parte imaginária da susceptibilidade eléctrica de terceira ordem, ou seja considerar  $\alpha_2$  nulo, a outra é considerar que a resposta não linear é instantânea, ou seja considerar que a susceptibilidade eléctrica não linear de terceira ordem é independente da frequência [1]. Para os sinais ópticos usados nos sistemas de comunicação estudados nesta tese estas aproximações são usualmente válidas, no entanto quando são estudados sistemas



muito longos, da ordem das dezenas de milhares de quilómetros, a operarem com impulsos muito estreitos, da ordem de poucos picosegundos, estas aproximações deixam de ser válidas. Por agora vamos considerar estas aproximações como válidas e vamos voltar à equação (2.33).

A equação (2.33) pode ser resolvida usando o método da separação das variáveis [15], no domínio da frequência, assumindo uma solução da forma

$$E(x, y, z, \omega - \omega_0) = F(x, y) \cdot A(z, \omega - \omega_0) \cdot \exp(i \cdot \beta_0 \cdot z) \quad (2.42)$$

Substituindo (2.42) em (2.33), obtém-se o seguinte par de equações diferenciais

$$\frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial y^2} + \left[ \epsilon(\omega) \cdot k_0^2 - \beta_{\text{eff}}^2 \right] \cdot F(x, y) = 0 \quad (2.43)$$

$$2 \cdot i \cdot \beta_0 \cdot \frac{\partial A(z, \omega - \omega_0)}{\partial z} + (\beta_{\text{eff}}^2 - \beta_0^2) \cdot A(z, \omega - \omega_0) = 0 \quad (2.44)$$

em que se desprezou a segunda derivada de  $A(z, \omega - \omega_0)$  em ordem a  $z$ , pois assumiu-se que  $A(z, \omega - \omega_0)$  é uma função que varia lentamente com  $z$ . Notemos que a aplicação do método da separação das variáveis introduziu nas equações (2.43) e (2.44) uma constante  $\beta_{\text{eff}}$ , que será determinada tendo em consideração a continuidade do campo eléctrico na transição entre o núcleo e o revestimento.

A distribuição transversal do campo é obtida da resolução da equação (2.43). Considerando  $\epsilon(\omega) \approx n^2(\omega)$ , ou seja desprezando a atenuação e a componente não linear do índice de refração na expressão (2.35), e tendo em consideração as condições fronteira para uma fibra óptica, chegamos à conclusão, ver referência [1] e [16], que a função  $F(x, y)$  no interior do núcleo assume a forma de uma função de Bessel e no revestimento a de uma função de Bessel modificada. No caso de fibras monomodo, que são aquelas que nos interessam no âmbito desta tese, a função  $F(x, y)$  é frequentemente aproximada por uma função gaussiana [1]. Notemos que ao resolvermos a equação (2.43) obtemos a função  $F(x, y)$  e a respectiva constante de propagação  $\beta_{\text{eff}}$ .

A inclusão da atenuação e do índice de refração não linear, na resolução da equação (2.43), não afecta significativamente a distribuição transversal do campo eléctrico, porém a constante de propagação vem dada por [1]

$$\beta_{\text{eff}} = \beta + \Delta\beta \quad (2.45)$$

quando anteriormente era dada por  $\beta_{\text{eff}} = \beta$  e onde  $\beta$  é a constante de propagação linear dada pela expressão (2.2) e

$$\Delta\beta = \frac{k_0 \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta n \cdot |F(x,y)|^2 dx dy}{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |F(x,y)|^2 dx dy} \quad (2.46)$$

com

$$\Delta n = n_2 \cdot |E|^2 + i \cdot \frac{\alpha}{2 \cdot k_0} \quad (2.47)$$

Obtida a distribuição transversal do modo fundamental e a constante de propagação, podemos resolver a equação (2.44) de modo a obtermos a variação da envolvente do campo eléctrico com a distância de propagação.

Fazendo a aproximação  $\beta_{\text{eff}}^2 - \beta_0^2 \approx 2 \cdot \beta_0 \cdot (\beta_{\text{eff}} - \beta_0)$ , podemos rescrever (2.44) da forma seguinte [1]

$$\frac{\partial A(z, \omega - \omega_0)}{\partial z} = i \cdot [\beta + \Delta\beta - \beta_0] \cdot A(z, \omega - \omega_0) \quad (2.48)$$

Substituindo (2.2) em (2.48), e aplicando a transformada inversa de Fourier para voltarmos a operar no domínio do tempo obtemos a expressão (2.49). Notemos que ao aplicarmos a transformada inversa de Fourier  $\omega - \omega_0$  é substituído pelo operador diferencial  $i(\partial/\partial t)$ .

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -\beta_1 \cdot \frac{\partial A}{\partial t} - \frac{i}{2} \cdot \beta_2 \cdot \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \frac{1}{6} \cdot \beta_3 \cdot \frac{\partial^3 A}{\partial t^3} + i \cdot \Delta\beta \cdot A \quad (2.49)$$

O termo  $\Delta\beta$  inclui os efeitos não lineares e a atenuação óptica. Atendendo às expressões (2.46) e (2.47), podemos rescrever (2.49) da forma seguinte

$$\frac{\partial A}{\partial z} = \dots - \frac{\alpha}{2} \cdot A + i \cdot \frac{\omega_0 \cdot n_2}{c \cdot A_{\text{eff}}} \cdot |A|^2 \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |F(x,y)|^2 dx dy \cdot A \quad (2.50)$$

em que só aparecem de forma explícita os termos resultantes da expansão da última parcela de (2.49) e onde a área efectiva  $A_{\text{eff}}$  é dada por

$$A_{\text{eff}} = \frac{\left( \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |F(x,y)|^2 dx dy \right)^2}{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |F(x,y)|^4 dx dy} \quad (2.51)$$

De acordo com a expressão (2.36) e porque o índice de refração é uma grandeza adimensional temos que o índice de refração não linear  $n_2$ , vem expresso em  $\text{m}^2/\text{V}^2$ . No entanto, é usual definir-se o índice de refração não linear em  $\text{m}^2/\text{W}^2$ , rescrevendo-se para tal a expressão (2.36) na forma seguinte

$$n_{\text{eff}} = n + n_2^1 \cdot I \quad (2.52)$$

Notemos que o 'novo' índice de refração não linear  $n_2^1$ , relaciona o índice de refração efectivo com a intensidade do campo. Atendendo que a intensidade do campo é dada por [1]

$$I = \frac{1}{2} \cdot \epsilon_0 \cdot n \cdot c \cdot |E|^2 \quad (2.53)$$

temos, igualando (2.36) e (2.52),

$$n_2 = \frac{1}{2} \cdot \epsilon_0 \cdot n \cdot c \cdot n_2^1 \quad (2.54)$$

Substituindo (2.54) em (2.50) obtemos

$$\frac{\partial A}{\partial z} = \dots - \frac{\alpha}{2} \cdot A + i \cdot \gamma \cdot \frac{1}{2} \cdot \epsilon_0 \cdot n \cdot c \cdot |A|^2 \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |F(x, y)|^2 dx dy \cdot A \quad (2.55)$$

em que o coeficiente não linear  $\gamma$ , é dado por

$$\gamma = \frac{\omega_0 \cdot n_2^1}{c \cdot A_{\text{eff}}} \quad (2.56)$$

e cujas unidades são  $W^{-1}m^{-1}$ .

Atendendo a que a potência óptica é dada por [1]

$$P(z, t) = \frac{1}{2} \cdot \epsilon_0 \cdot n \cdot c \cdot |A(z, t)|^2 \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |F(x, y)|^2 dx dy \quad (2.57)$$

podemos rescrever (2.55) da forma seguinte

$$\frac{\partial A}{\partial z} = \dots - \frac{\alpha}{2} \cdot A + i \cdot \gamma \cdot P(z, t) \cdot A \quad (2.58)$$

Uma normalização frequentemente usada e que adoptaremos nesta tese, é definir o campo eléctrico de tal modo que  $P(z, t) = |A(z, t)|^2$ , ou seja definir  $F(x, y)$  de tal modo que

$$\frac{1}{2} \cdot \epsilon_0 \cdot n \cdot c \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |F(x, y)|^2 dx dy = 1 \quad (2.59)$$

Definindo o campo eléctrico deste modo podemos rescrever finalmente a equação (2.58) na forma seguinte

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -\beta_1 \cdot \frac{\partial A}{\partial t} - \frac{i}{2} \cdot \beta_2 \cdot \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \frac{1}{6} \cdot \beta_3 \cdot \frac{\partial^3 A}{\partial t^3} - \frac{\alpha}{2} \cdot A + i \cdot \gamma \cdot |A|^2 \cdot A \quad (2.60)$$

Da equação (2.58) podemos constatar que o coeficiente não linear introduz uma variação na fase do campo dependente da potência do próprio campo. Ou seja, durante a propagação o campo eléctrico adquire um desvio de fase não linear dado por

$$\phi_{NL}(z,t) = \gamma \cdot P(z,t) \cdot z \quad (2.61)$$

Este fenómeno é designado por auto modulação de fase e no caso da propagação de impulsos, origina uma variação da frequência instantânea ao longo dos impulsos. Atendendo a que o pico de cada impulso acumula fase mais rapidamente do que as caudas dos impulsos, conforme pode ser observado na figura 2.6.

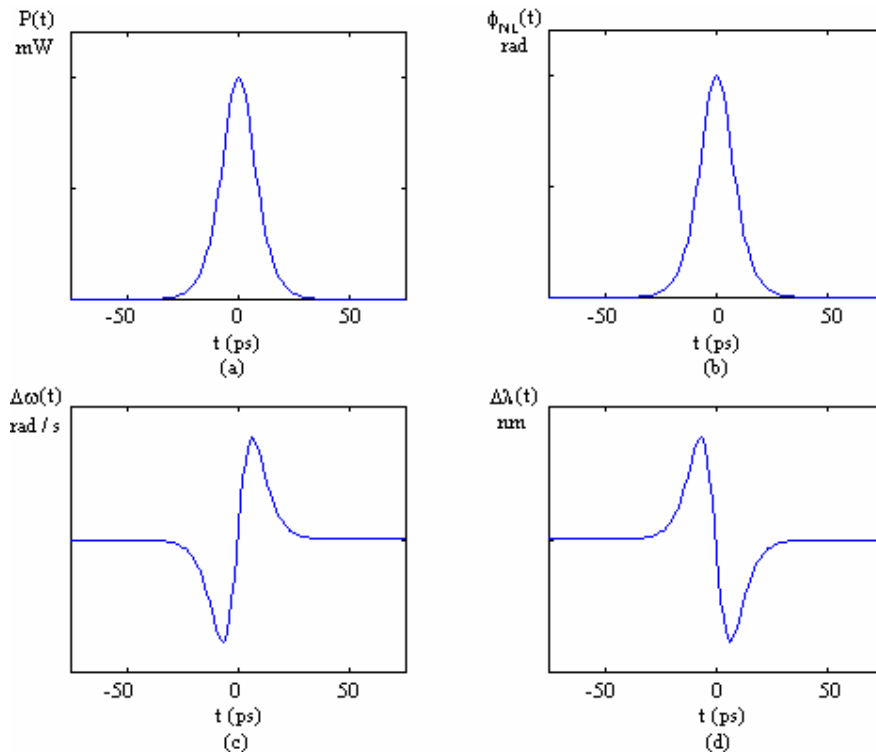


Figura 2.6 - a) Impulso da forma  $\text{sech}^2(t)$ ; b) Variação de fase não linear; c) Variação da frequência instantânea, notemos que a frequência instantânea é dada pelo simétrico da derivada da fase em ordem ao tempo d) A variação da frequência instantânea é tal que faz com que na parte da frente do impulso o comprimento de onda aumente e na cauda diminua relativamente ao comprimento de onda central.

A variação do comprimento de onda ao longo do impulso, introduzido pelo SPM, faz com que no regime de dispersão normal,  $D$  negativo, a parte da frente do impulso, correspondente ao comprimento de onda mais elevado, se propague mais rapidamente que a parte de trás, correspondente ao comprimento de onda mais baixo, originando um alargamento dos impulsos.

No regime de dispersão anómala,  $D$  positivo, a parte de trás do impulso propaga-se mais rapidamente originando uma compressão inicial do impulso.

Como veremos, é possível no regime de dispersão anómala atingir uma situação de equilíbrio, em que o impulso propaga-se mantendo inalterada a sua forma. Esta situação é atingida com impulsos da forma secante hiperbólica, para um dado nível de potência de pico. A estes impulsos dá-se o nome de solitões.

#### 2.4.1.2- Modulação cruzada de fase - CPM

O CPM é a variação de fase não linear, sofrido por um dado campo óptico, provocado pela presença de outros campos propagando-se na mesma fibra, noutros comprimentos de onda ou polarizados ortogonalmente. Este efeito acontece porque o índice de refração efectivo depende da intensidade do próprio campo, como observamos na secção anterior, mas também da intensidade de outros campos propagando-se no mesmo meio.

##### 2.4.1.2.1- Entre canais com diferentes comprimentos de onda

Se considerarmos dois canais, com diferentes comprimentos de onda a propagarem-se numa mesma fibra, o campo eléctrico resultante, a menos da distribuição transversal do modo de propagação, pode ser descrito pela expressão seguinte

$$E(z, t) = |A_1| \cdot \cos(\beta_{0,1} \cdot z - \omega_1 \cdot t + \phi_1) + |A_2| \cdot \cos(\beta_{0,2} \cdot z - \omega_2 \cdot t + \phi_2) \quad (2.62)$$

em que  $\omega_1$ ,  $\phi_1$ ,  $\beta_{0,1}$  e  $\omega_2$ ,  $\phi_2$ ,  $\beta_{0,2}$  são, respectivamente, a frequência angular da portadora óptica, a fase e a constante de propagação, calculada à frequência da portadora, de cada um dos canais ópticos.

Substituindo (2.62) na expressão (2.28), desprezando as contribuições para o vector polarização resultantes das somas das frequências, por estarem fora da banda óptica de trabalho, obtemos para a componente não linear do vector polarização induzida a seguinte expressão

$$P_{NL} = P_{NL}(\omega_1) + P_{NL}(\omega_2) + P_{NL}(2 \cdot \omega_1 - \omega_2) + P_{NL}(2 \cdot \omega_2 - \omega_1) \quad (2.63)$$

com

$$P_{NL}(\omega_1) = \frac{3 \cdot \epsilon_0 \cdot \chi^{(3)}}{4} \left\{ |A_1|^2 + 2 \cdot |A_2|^2 \right\} \cdot |A_1| \cdot \cos(\beta_{0,1} \cdot z - \omega_1 \cdot t + \phi_1) \quad (2.64)$$

$$P_{NL}(\omega_2) = \frac{3 \cdot \epsilon_0 \cdot \chi^{(3)}}{4} \left\{ |A_2|^2 + 2 \cdot |A_1|^2 \right\} \cdot |A_2| \cdot \cos(\beta_{0,2} \cdot z - \omega_2 \cdot t + \phi_2) \quad (2.65)$$

$$P_{NL}(2 \cdot \omega_1 - \omega_2) = \frac{3 \cdot \epsilon_0 \cdot \chi^{(3)}}{4} \cdot |A_1| \cdot |A_2| \cdot |A_1| \cdot \cos((2 \cdot \beta_{0,1} - \beta_{0,2}) \cdot z - (2 \cdot \omega_1 - \omega_2) \cdot t + 2\phi_1 - \phi_2) \quad (2.66)$$

$$P_{NL}(2 \cdot \omega_2 - \omega_1) = \frac{3 \cdot \epsilon_0 \cdot \chi^{(3)}}{4} \cdot |A_2| \cdot |A_1| \cdot |A_2| \cdot \cos((2 \cdot \beta_{0,2} - \beta_{0,1}) \cdot z - (2 \cdot \omega_2 - \omega_1) \cdot t + 2\phi_2 - \phi_1) \quad (2.67)$$

O vector polarização tem componentes em cada uma das frequências dos respectivos campos eléctricos,  $\omega_1$  e  $\omega_2$ , expressões (2.64) e (2.65), e ainda em duas novas frequências,  $2 \cdot \omega_1 - \omega_2$  e  $2 \cdot \omega_2 - \omega_1$ , expressões (2.66) e (2.67).

As componentes às novas frequências,  $2 \cdot \omega_1 - \omega_2$  e  $2 \cdot \omega_2 - \omega_1$ , resultam do FWM que será discutido em detalhe na secção seguinte. As componentes em  $\omega_1$  e  $\omega_2$  tem duas contribuições, uma proporcional à potência do próprio campo, que origina o SPM e outra proporcional a duas vezes a potência do outro campo que se está a propagar na fibra. Esta componente proporcional a duas vezes a potência do outro campo é responsável pelo CPM.

Os dois fenómenos, SPM e CPM, originam uma variação de fase não linear dos respectivos campos eléctricos dada por

$$\phi_{NL,1}(z, t) = \gamma \cdot P_1(z, t) \cdot z + 2 \cdot \gamma \cdot P_2(z, t) \cdot z \quad (2.68)$$

$$\phi_{NL,2}(z, t) = \gamma \cdot P_2(z, t) \cdot z + 2 \cdot \gamma \cdot P_1(z, t) \cdot z \quad (2.69)$$

onde  $P_1(z, t)$  e  $P_2(z, t)$  representam a potência óptica, respectivamente, do canal 1 e 2, ao longo do tempo e durante a propagação.

Uma característica importante do CPM é que para uma mesma intensidade óptica, a contribuição para a variação de fase não linear dada pelo CPM é dupla da dada pelo SPM.

Notemos no entanto que, no caso de sinais com diferentes comprimentos de onda, os dois sinais ópticos não se propagam, geralmente, à mesma velocidade, fazendo com que o CPM só seja efectivo quando os impulsos se cruzam, reduzindo na prática a importância do CPM [7].

#### 2.4.1.2.2- Entre canais ortogonalmente polarizados

O vector campo eléctrico resultante da propagação de dois canais ortogonais pode ser descrito, a menos da distribuição transversal do modo de propagação, pela expressão

$$\mathbf{E}(z,t) = \mathbf{x} \cdot |A_x| \cdot \cos(\beta_{0,x} \cdot z - \omega_0 \cdot t + \phi_x) + \mathbf{y} \cdot |A_y| \cdot \cos(\beta_{0,y} \cdot z - \omega_0 \cdot t + \phi_y) \quad (2.70)$$

em que  $\omega_0$  é a frequência angular da portadora óptica,  $\phi_x$ ,  $\beta_{0,x}$  e  $\phi_y$ ,  $\beta_{0,y}$  são, respectivamente, a fase e constante de propagação, calculada à frequência a portadora, de cada um dos canais ópticos polarizados ortogonalmente,  $\mathbf{x}$  e  $\mathbf{y}$  são vectores unitários ortogonais orientados, respectivamente, segundo o eixo dos x e dos y.

Atendendo à expressão (2.27) e desprezando as contribuições resultantes do FWM, obtemos os seguintes valores para as componentes do vector polarização segundo os dois eixos ortogonais [1]

$$P_{NL_x}(\omega_0) = \frac{3 \cdot \epsilon_0 \cdot \chi^{(3)}}{4} \cdot \left\{ |A_x|^2 + \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot |A_y|^2 \right\} \cdot |A_x| \cdot \cos(\beta_{0,x} \cdot z - \omega_0 \cdot t + \phi_x) \quad (2.71)$$

$$P_{NL_y}(\omega_0) = \frac{3 \cdot \epsilon_0 \cdot \chi^{(3)}}{4} \cdot \left\{ |A_y|^2 + \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot |A_x|^2 \right\} \cdot |A_y| \cdot \cos(\beta_{0,y} \cdot z - \omega_0 \cdot t + \phi_y) \quad (2.72)$$

Resultando numa variação de fase não linear para cada um dos canais ortogonais dada por

$$\phi_{NL,x}(z,t) = \gamma \cdot P_x(z,t) \cdot z + \frac{2}{3} \cdot \gamma \cdot P_y(z,t) \cdot z \quad (2.73)$$

$$\phi_{NL,y}(z,t) = \gamma \cdot P_y(z,t) \cdot z + \frac{2}{3} \cdot \gamma \cdot P_x(z,t) \cdot z \quad (2.74)$$



onde  $P_x(z,t)$  e  $P_y(z,t)$  representam a potência óptica, de cada um dos canais ortogonais, ao longo do tempo e durante a propagação.

Uma particularidade interessante é que o CPM entre canais ortogonais é menos efectivo que o CPM entre canais com diferentes comprimentos de onda, pois no caso de canais ortogonais o factor na expressão da variação de fase não linear é de  $2/3$ , ver expressões (2.73) e (2.74), e no caso de diferentes comprimentos de onda o factor é de 2, ver expressões (2.68) e (2.69).

Isto acontece porque nas fibras ópticas de sílica a componente da susceptibilidade eléctrica não linear de terceira ordem, que relacionada o vector polarização induzida com o campo eléctrico, quando este está distribuído por duas polarizações ortogonais, vale  $1/3$  do valor da componente da susceptibilidade eléctrica não linear de terceira ordem para o caso de polarizações coincidentes [1, 17].

#### 2.4.1.3 - Mistura de quatro ondas - FWM

A susceptibilidade de terceira ordem origina duas classes de efeitos não lineares. Por um lado, o SPM e o CPM pertencem a uma classe que é caracterizada pela modulação da fase devido à intensidade do campo óptico. Por outro lado o FWM pertence a uma classe diferente em que se verifica a troca de energia entre frequências, com a possível geração de novas frequências, como resultado do batimento dos diferentes canais.

Quando canais com diferentes frequências interagem devido à susceptibilidade eléctrica de terceira ordem, dão origem ao aparecimento de novos sinais ópticos, correspondentes ao batimento das frequências três a três, e cujas frequências na banda de trabalho são

$$\omega_{ijk} = \omega_i + \omega_j - \omega_k \quad (2.75)$$

considerando-se todas as diferentes combinações de frequências.

Na secção 2.4.1.2.1, observámos o FWM, com apenas duas frequências distintas, dando origem a duas novas frequências,  $2 \cdot \omega_1 - \omega_2$  e  $2 \cdot \omega_2 - \omega_1$ . Normalmente, o FWM é pouco eficaz devido à falta de sincronismo de fase, no entanto em sistemas

com muitos canais e muito longos pode assumir um efeito crítico para o desempenho do sistema.

Em sistemas WDM o FWM acontece para todas as combinações diferentes de três canais. Num sistema com apenas dez canais são geradas centenas de novas frequências devido ao FWM, contudo um número considerável destas frequências é gerada fora da banda usada para a transmissão dos canais ópticos, podendo por isso ser removida. No entanto, algumas destas novas frequências sobrepõem-se aos sinais já existentes, originando perdas de desempenho em alguns dos canais ópticos.

O FWM requer a sincronização de fase de modo a ser eficiente. Porém, no caso de sistemas WDM com canais igualmente espaçados e dispersão cromática reduzida, a sincronização de fase é facilmente conseguida e muitas das novas frequências geradas sobrepõem-se a canais já existentes, tornando o FWM um fenómeno crítico. Para minorar o impacto do FWM em sistemas WDM é frequentemente exigido um nível de dispersão residual que vai provocar o desfasamento de fase entre os vários canais e assim tornar menos eficiente este fenómeno.

#### **2.4.2- Difusão não elástica estimulada**

Os efeitos não lineares governados pela parte real da susceptibilidade de terceira ordem  $\chi^{(3)}$ , são elásticos no sentido que não há transferência de energia para o meio dieléctrico. Uma outra classe de efeitos não lineares resulta do campo óptico transferir parte da sua energia para o meio dieléctrico. No caso da fibra, esta transferência de energia consiste na excitação de modos vibracionais da sílica. O quantum de energia para o movimento vibracional de uma rede cristalina é o fonão, de modo semelhante ao fotão para a energia electromagnética.

Dois efeitos não lineares importantes na fibra óptica pertencem a esta categoria: a difusão estimulada de Brillouin (SBS - **S**timulated **B**rillouin **S**cattering), e a difusão estimulada de Raman (SRS - **S**timulated **R**aman **S**cattering), ambos com origem na interacção com os modos vibracionais da sílica. Do ponto de vista quântico, em ambos os casos, um fotão do campo incidente é aniquilado para dar origem a outro

fotão com uma menor energia, e logo menor frequência óptica chamada de frequência de Stokes, e a um fonão de modo a assegurar a conservação de energia e do momento.

O SBS e o SRS, embora tendo a mesma origem, têm uma diferença fundamental que consiste na participação de fonões acústicos no SBS e fonões ópticos no SRS. Este facto origina diferenças substanciais entre eles.

#### 2.4.2.1 - Difusão estimulada de Brillouin - SBS

Se o campo electromagnético que se propaga numa fibra óptica for suficientemente intenso, pode acontecer a chamada difusão estimulada de Brillouin. Neste caso o campo electromagnético, origina flutuações na densidade do material através da criação de um campo acústico. Este processo é conseguida através da absorção pelo meio de um fotão óptico e criação de outro fotão, à frequência de Stokes que se propaga na direcção oposta ao campo incidente, e de um fonão acústico, com uma energia e momento tal de modo a garantir a conservação da energia e dos momentos, conforme é mostrado na figura 2.7.

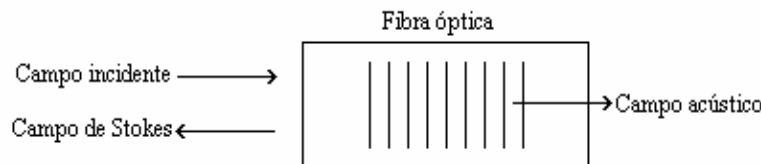


Figura 2.7 - Difusão estimulada de Brillouin.

O desvio de frequência entre o campo incidente e o campo de Stokes é dado pela expressão

$$\Delta f_B = \frac{2 \cdot n \cdot v_A}{\lambda} \quad (2.76)$$

onde  $n$  é o índice de refração, que assume um valor próximo de 1.45 nas fibras de sílica,  $v_A$  é a velocidade de propagação do campo acústico, que é aproximadamente 5.96 km/s, e  $\lambda$  é o comprimento de onda do campo incidente [1]. Para uma fibra normal e um campo incidente com o comprimento de onda de 1550 nm, obtemos um desvio de frequência de aproximadamente 11.15 GHz.

O nível de potência óptica incidente necessária para iniciar o processo de difusão estimulada de Brillouin é dado pela expressão seguinte [18]

$$P_{\text{th,B}} = \frac{42 \cdot A_{\text{eff}}}{g_{\text{B}} \cdot L_{\text{eff}}} \cdot \left( 1 + \frac{\Delta S}{\Delta B} \right) \quad (2.77)$$

onde  $A_{\text{eff}}$  é a área efectiva,  $g_{\text{B}}$  é o ganho de Brillouin, que em fibras de sílica assume um valor próximo de  $5 \times 10^{-11}$  m/W,  $\Delta S$  é a largura espectral da fonte,  $\Delta B$  é a largura de banda do processo de Brillouin, que é da ordem dos 20 MHz para uma fonte centrada nos 1550 nm,  $L_{\text{eff}}$  é o comprimento não linear efectivo dado pela expressão

$$L_{\text{eff}} = \frac{1 - e^{-\alpha \cdot L_T}}{\alpha} \quad (2.78)$$

onde  $L_T$  é o comprimento da fibra e  $\alpha$  é o coeficiente de atenuação.

A difusão estimulada de Brillouin limita a máxima potência que é possível transmitir através de uma fibra óptica. Este limite é colocado pela expressão (2.77), que nos dá o limiar a partir do qual se verifica a difusão estimulada. Quando a potência transmitida numa fibra excede o limiar de Brillouin, uma parte significativa dela é convertida na radiação de Stokes e passa a propagar-se no sentido contrário, o que constitui um facto duplamente indesejável. Antes de mais, porque a potência do sinal no receptor é inferior à que existiria na ausência de difusão estimulada de Brillouin, depois porque o campo de Stokes constitui uma realimentação externa para o laser emissor, o que pode perturbar o seu funcionamento.

Pela expressão (2.77), podemos no entanto observar que o limiar de Brillouin é directamente dependente da largura espectral da fonte. De facto, este limiar pode ser da ordem dos miliwatt para um laser a funcionar em modo contínuo, mas pode ser largamente aumentado alargando a largura espectral da fonte.

Em sistemas de intensidade modulada, com impulsos mais estreitos do que algumas centenas de picosegundos, a largura espectral da fonte é usualmente suficientemente para tornar o efeito de Brillouin desprezável. O efeito de Brillouin pode ainda ser reduzido, sobrepondo um sinal sinusoidal de baixa frequência à

corrente de polarização do laser emissor, alargando assim artificialmente a largura espectral da fonte [18].

#### 2.4.2.1.1 - Montagem experimental

Com o objectivo de procedermos à medição do limiar de Brillouin usámos a montagem laboratorial da figura 2.8.

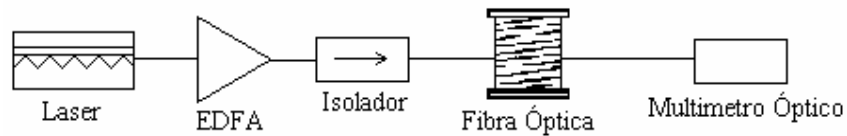


Figura 2.8 – Montagem utilizada para a medição do limiar de Brillouin. O comprimento da fibra são 20 km.

O laser, do tipo semiconductor com comprimento de onda central nos 1550 nm e tendo sido fabricado pela empresa Ortel, foi colocado inicialmente a funcionar em contínuo, apresentando uma largura espectral de 10 MHz, posteriormente foi modulado com uma onda quadrada de 1 GHz, apresentando uma largura espectral de 14.9 GHz. Em ambos os casos, usando o controlo de ganho do EDFA, fomos aumentando a potência injectada na fibra obtendo os resultados apresentados na figura 2.9, para a potência de saída em função da potência de entrada. Com estes dois ensaios podemos verificar a dependência do limiar de Brillouin da largura espectral da fonte.

Conforme podemos observar na figura 2.9, para a largura espectral de 10 MHz o limiar de Brillouin é de aproximadamente 7 mW. O que está de acordo com a expressão (2.77), notemos que calculando o limiar teoricamente obtemos o valor de 7.7 mW, supondo uma atenuação de 0.2 dB/km e uma  $A_{\text{eff}}$  de  $80 \mu\text{m}^2$ .

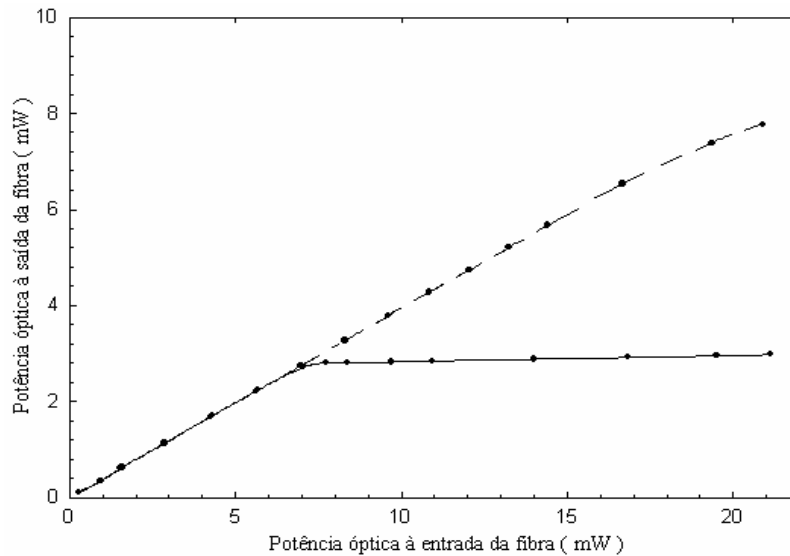


Figura 2.9 - A cheio apresentamos a curva para a largura espectral da fonte de 14.9 GHz e a tracejado o resultado obtido com a largura espectral de 10 MHz.

O limiar para a largura espectral de 14.9 GHz deve ser 500 vezes superior, ou seja da ordem dos 3.5 W, um valor muito superior aos valor de potência, tipicamente, usados em sistemas de comunicação ópticos.

De modo a medirmos o desvio de frequência do campo de Stokes, ou seja, da potência reflectida, alterámos a nossa montagem de acordo com a figura 2.10. Notemos que no fotodetector temos dois sinais, um vindo directamente do emissor, com uma frequência central  $f_0$ , e outro proveniente da fibra, resultante da difusão estimulada de Brillouin e com uma frequência central  $f_0 - \Delta f_B$ , em que  $\Delta f_B$  é o desvio de frequência angular do campo de Stokes. O batimento destes dois sinais no fotodetector vai originar um sinal à frequência  $\Delta f_B$ , que pode ser visualizado usando um analisador de espectros eléctrico.

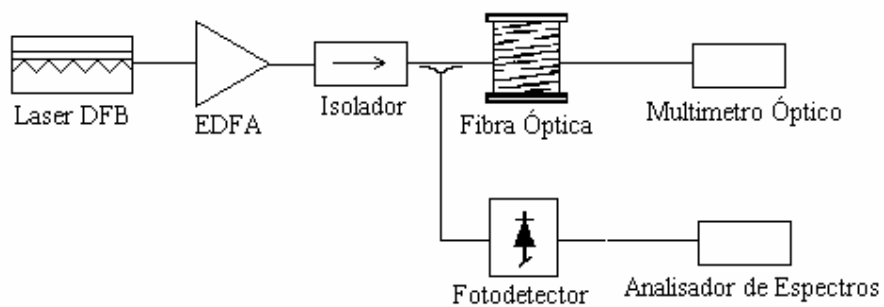


Figura 2.10 - Montagem utilizada para a medição do desvio de frequência de Brillouin.

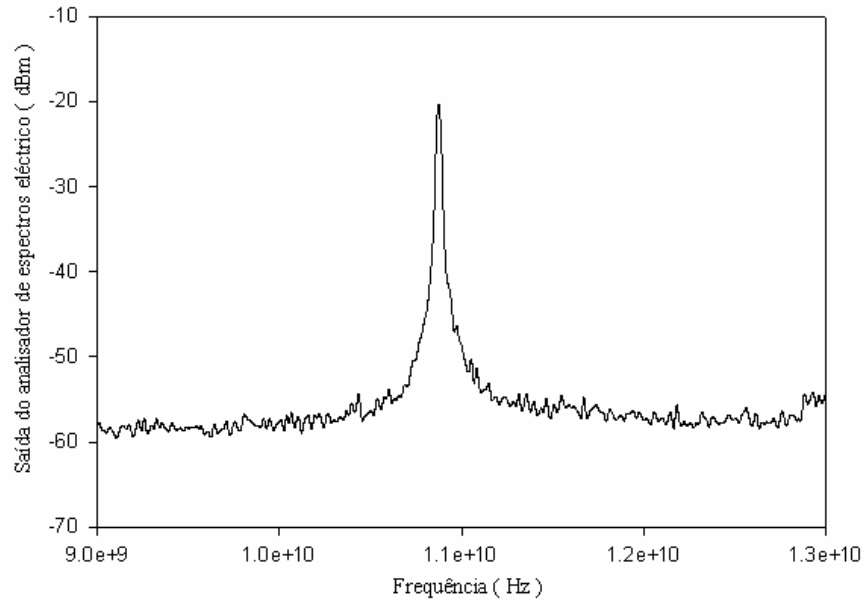


Figura 2.11 – Desvio da frequência óptica do campo de Stokes, resultante da difusão estimulada de Brillouin.

Usando o analisador de espectros eléctricos disponível no laboratório, um HP 8593E, conseguimos detectar o campo de Stokes com um desvio de frequência de 10.87 GHz, como é mostrado na figura 2.11, notemos que este valor está bastante próximo do valor teórico de 11.15 GHz, obtido com base na expressão (2.76).

#### 2.4.2.2 - Difusão estimulado de Raman - SRS

O processo de difusão estimulada de Raman é semelhante ao processo de Brillouin, sendo a função do fonão acústico desempenhada por um fonão óptico. Tal como o SBS o processo de SRS é um processo não linear com origem na interacção entre o campo incidente e vibrações ao nível molecular da sílica. O campo incidente sofre um processo de difusão e é parcialmente desviado para uma frequência inferior.

A difusão estimulada de Raman difere da de Brillouin na medida que o processo de Raman pode ocorrer quer no sentido da propagação do sinal quer no sentido contrário. Para além disso o processo de SRS apresenta um limiar bastante superior ao do SBS, da ordem dos 600 mW e uma largura de banda muito superior, da ordem dos 12 THz, apresentando um pico a uma frequência de 13 THz inferior à frequência do sinal de bombagem [19].

Ao contrário do processo de Brillouin, o processo de Raman praticamente nunca é conseguido nas fibras ópticas com um laser a funcionar no modo contínuo, devido ao menor limiar do SBS que impede que se atinja o limiar de SRS.

Em sistemas de canal único, grande parte da potência gerada pelo processo de Raman pode ser filtrada. No entanto, devido à largura de banda do processo de Raman, o seu efeito acumulado pode provocar uma transferência de energia dentro do impulso dos menores comprimentos de onda para os maiores.

Como veremos o efeito de Raman, provoca um auto desvio de frequência dos impulsos do tipo solitão no sentido das menores frequência. Este efeito pode ser crítico para sistemas de muito longa distância, como por exemplo sistemas transoceânicos, com solitões muito estreitos, tipicamente, inferiores às dezenas de picosegundos.

Em sistemas WDM, devido ao efeito da difusão estimulada de Raman, é possível que os canais de maior comprimento de onda sejam amplificados à custa dos de menor comprimento de onda, degradando assim o desempenho do sistema. Devido à sua largura de banda o efeito de Raman consegue provocar interferências entre canais afastados até 120 nm, assumindo assim um aspecto crítico no projecto de sistemas WDM de longa distância [17].

## **2.5- Modelo matemático**

Nesta secção iremos discutir alguns aspectos da equação da fibra, usada ao longo desta tese quer na simulação numérica quer em tratamentos analíticos. Esta equação permite modelizar a propagação de um campo electromagnético no interior de uma fibra óptica.

Apresentaremos um método numérico capaz de resolver a equação da fibra, fazendo ainda referência à ordem de grandeza dos diferentes parâmetros da fibra, relacionando-os sempre que possível com o conjunto de ensaios laboratoriais anteriormente apresentados.



### 2.5.1- Equação da fibra

De modo a descrever com exactidão a propagação de um impulso no interior da fibra óptica temos que incluir o efeito de Raman na equação (2.60), notemos que na derivação apresentada assumimos que a resposta não linear era instantânea. Caso não tivéssemos efectuado esta aproximação o termo de Raman iria aparecer naturalmente na equação da fibra, tornando no entanto a sua derivação bastante mais trabalhosa. Como no âmbito desta tese estamos mais interessados na modelização do canal óptico do que na explicação detalhada dos diferentes fenómenos físicos, remetemos para literatura específica a questão do termo de Raman [1], e vamos aqui apenas escrever a equação completa

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{i}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - \frac{1}{6} \beta_3 \frac{\partial^3 A}{\partial t^3} + \frac{\alpha}{2} A = i \cdot \gamma \cdot |A|^2 \cdot A - i \cdot \gamma \cdot T_R \cdot \frac{\partial |A|^2}{\partial t} \cdot A \quad (2.79)$$

onde o último termo do lado direito da equação (2.79) diz respeito ao auto desvio de frequência imposto pelo efeito de Raman. Embora esta equação permita modelizar a fibra óptica para todos os sistemas estudados nesta tese, deveremos ter em consideração que ela só é válida para impulsos com larguras temporais superiores a alguns picosegundos. Para impulsos com larguras temporais da ordem das centenas dos femtosegundos ou inferiores, algumas das aproximações efectuadas deixam de ser válidas, conforme é explicado na referência [1].

A equação (2.79) pode ser simplificada usando para origem da escala temporal um referencial que se move à velocidade de grupo dos impulsos, ou seja fazendo a seguinte transformação

$$t_g = t - z \cdot \beta_1 \quad (2.80)$$

Obtém-se então para a equação da fibra

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \frac{i}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial t_g^2} - \frac{1}{6} \beta_3 \frac{\partial^3 A}{\partial t_g^3} + \frac{\alpha}{2} A = i \cdot \gamma \cdot \left[ |A|^2 - T_R \frac{\partial |A|^2}{\partial t_g} \right] \cdot A \quad (2.81)$$

A utilização prática da equação (2.81) envolve algumas considerações. Desde logo a equação da fibra é uma equação diferencial não linear que não admite uma solução analítica, salvo para alguns casos pontuais. Sendo por isso, frequentemente, necessário recorrer a utilização da simulação numérica para estudarmos a propagação de um dado sinal no interior da fibra óptica.

Uma simplificação usualmente efectuada na equação (2.81) consiste em desprezar o termo de Raman, para impulsos mais largos do que os 10 ps em sistemas com comprimentos menores do que 1 000 km. Outra simplificação frequentemente efectuada, é em sistemas WDM desprezarmos o FWM e decompor a equação (2.81) num conjunto de  $m$  equações, uma para cada canal, da forma seguinte

$$\frac{\partial A_d}{\partial z} + \frac{i}{2}\beta_2 \frac{\partial^2 A_d}{\partial t_g^2} - \frac{1}{6}\beta_3 \frac{\partial^3 A_d}{\partial t_g^3} + \frac{\alpha}{2}A_d = i \cdot \gamma \left[ |A_d|^2 + 2 \cdot (|A_1|^2 + \dots + |A_{d-1}|^2 + |A_{d+1}|^2 + \dots + |A_m|^2) \right] \cdot A_d \quad (2.82)$$

com  $d$  a variar entre 1 e  $m$ , sendo  $m$  o número de canais do sistema WDM a estudar. A vantagem em dividir a equação (2.82) num conjunto de  $m$  equações é permitir aumentar o período de amostragem usado na simulação numérica, pois a largura espectral do sinal WDM completo exige usualmente uma frequência de amostragem muito elevada, superior ao dobro da frequência máxima, de acordo com o conhecido teorema de Nyquist, tornando a simulação numérica muito pesada. No entanto, ao ser efectuada esta simplificação devemos ter em conta que estamos a negligenciar o FWM que pode ser significativo em sistemas WDM.

Na derivação da equação (2.60) assumiu-se que o campo eléctrico mantém a polarização ao longo da propagação. O que como sabemos não é correcto devido à birrefringência da fibra. Uma forma simples e muito utilizada de incluir o efeito da birrefringência, e considerar assim a PMD, é escrevermos duas equações, uma para o eixo dos  $x$  e outra para o eixo dos  $y$ , em que a velocidade de grupo é distinta em cada um dos eixos cartesianos. Para incluirmos o carácter aleatório da PMD devemos proceder a rotações aleatórias dos eixos cartesianos durante a propagação [14].

### 2.5.2- Parâmetros da equação da fibra

De modo a utilizarmos a equação da fibra precisamos de estimar os diferentes parâmetros da fibra  $\beta_2$ ,  $\beta_3$ ,  $\alpha$ ,  $\gamma$  e  $T_R$ .

A obtenção de uma estimativa para o valor dos parâmetros da fibra, tendo por base ensaios laboratoriais, é um tópico por si só bastante complexo, e que tem sido alvo de diversas acções normalizadoras no âmbito de organizações internacionais de telecomunicações. No entanto, conforme observámos durante este capítulo, é possível com um conjunto de ensaios relativamente simples obter uma primeira estimativa para alguns dos parâmetros da fibra. Na tabela 2.2 apresentamos um conjunto de valores típicos que nos serão úteis para os capítulos seguintes.

Coeficiente da dispersão da velocidade de grupo ( $\beta_2$ )	-20.4 ps <sup>2</sup> /km
Coeficiente da dispersão de segunda ordem ( $\beta_3$ )	0.16 ps <sup>3</sup> /km
Constante de atenuação ( $\alpha$ )	0.21 dB/km
Coeficiente não linear ( $\gamma$ )	1.3 W <sup>-1</sup> km <sup>-1</sup>
Coeficiente de Raman ( $T_R$ )	5 fs
Área efectiva ( $A_{\text{eff}}$ )	80 $\mu\text{m}^2$
Dispersão (D)	16 ps/nm/km
Derivada da dispersão (dD/d $\lambda$ )	0.08 ps/nm <sup>2</sup> /km
Índice de refração linear (n)	1.45
Índice de refração não linear ( $n_2^1$ )	2.6x10 <sup>-20</sup> m <sup>2</sup> /W

Tabela 2.2 - Valores típicos para uma fibra normal na janela dos 1550 nm [1, 17].

### 2.5.3- Resolução numérica da equação da fibra

Conforme referimos anteriormente a equação da fibra só pode ser resolvida analiticamente para alguns casos específicos, sendo por isso usual o recurso a métodos numéricos para estudar a propagação de um campo electromagnético no interior de uma fibra óptica.

Um método numérico usado frequentemente para resolver a equação da fibra é o chamado *split-step Fourier method* [1]. Este método obtém uma aproximação da solução da equação assumindo que numa distância pequena dz, os efeitos não lineares e os lineares actuam isoladamente. Ou seja, a propagação de z para z+dz é efectuada por duas vezes. Na primeira vez apenas actuam os efeitos não lineares e na segunda actuam os efeitos lineares.

Matematicamente isto corresponde a escrever a equação da fibra na forma seguinte

$$\frac{\partial A}{\partial z} = \left( \hat{D} + \hat{N} \right) \cdot A \quad (2.83)$$

em que  $\hat{D}$ , é um operador diferencial dado por

$$\hat{D} = -\frac{i}{2} \cdot \beta_2 \cdot \frac{\partial^2}{\partial t_g^2} + \frac{1}{6} \cdot \beta_3 \cdot \frac{\partial^3}{\partial t_g^3} - \frac{\alpha}{2} \quad (2.84)$$

e  $\hat{N}$ , é um operador não linear dado por

$$\hat{N} = i \cdot \gamma \cdot \left[ |A|^2 - T_R \cdot \frac{\partial |A|^2}{\partial t_g} \right] \quad (2.85)$$

A implementação do operador  $\hat{D}$  é efectuado no domínio da frequência e o operador  $\hat{N}$  é aplicado no domínio do tempo. A aproximação da envolvente do campo eléctrico em  $z + dz$  é obtida da aproximação em  $z$  através da expressão

$$A(z + dz, t_g) \approx F^{-1} \left\{ \exp \left( dz \cdot \hat{D} \right) \cdot F \left\{ \exp \left( dz \cdot \hat{N} \right) \cdot A(z, t_g) \right\} \right\} \quad (2.86)$$

onde  $F(\cdot)$  e  $F^{-1}(\cdot)$  representam, respectivamente, a transforma directa e inversa de Fourier.

## 2.6- Conclusões

Durante este capítulo caracterizámos a fibra óptica, centrando a nossa atenção nos aspectos mais relevantes para o estudo de sistemas de comunicação ópticos baseados em solitões.

Apresentámos uma descrição detalhada dos efeitos lineares e não lineares que actuam sobre um sinal óptico, ao propagar-se no interior de uma fibra óptica.

Apresentámos uma equação diferencial não linear capaz de modelizar a propagação de um campo electromagnético no interior de uma fibra óptica, assim como um método numérico capaz de a resolver.

Mostrámos ainda como é que é possível obter alguns dos parâmetros da equação da fibra com o recurso a ensaios laboratórios relativamente simples.

Findo este capítulo, dispomos dos principais conceitos necessários ao estudo de sistemas de comunicação ópticos baseados em solitões.

## Referências

- [1] Govind P. Agrawal, *Nonlinear fiber optics*, Academic Press, San Diego, EUA, 1995.
- [2] Gerd Keiser, *Optical fiber communications*, 2ª Ed., McGraw-Hill, Nova Iorque, EUA, 1991.
- [3] A. Hasegawa e F. Tappert, Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers. I. Anomalous dispersion, *Appl. Phys. Lett.*, vol. 23, n. 3, pp 142-144, 1973.
- [4] L. F. Mollenauer, R. H. Stolen e J. P. Gordon, Experimental observation of picosecond pulse narrowing and solitons in optical fibers, *Physical Review Letters*, vol. 45, n. 13, pp 1095-1098, 1980.
- [5] E. Desurvire, *Erbium-doped fiber amplifiers - principles and applications*, John Wiley, Nova Iorque, EUA, 1994.
- [6] Rui Ribeiro, *Simulação, análise e optimização de sistemas FSK ópticos*, Tese de doutoramento, Universidade de Aveiro, Aveiro, Portugal, 1996.
- [7] Ivan P. Kaminow e Thomas L. Koch (editores), *Optical fiber telecommunications III A*, Academic Press, San Diego, EUA, 1997, capítulo 7, pp. 162, escrito por A. H. Gnauck e R. M. Jopson.
- [8] D. W. Schicketanz and C. K. Eoll, Dispersion measurement using two wave-lengths, *Electronic Letters*, vol. 22, n. 4, pp. 209-210, 1986.
- [9] B. Christensen, J. Mark, G. Jacobsen e E. Bødtker, Simple dispersion measurement technique with high resolution, *Electronics Letters*, vol. 29, n. 1, pp. 132-133, 1993.
- [10] Fumio Koyama e Kenichi Iga, Frequency chirping in external modulators, *Journal of Lightwave Technology*, vol. 6, n. 1, pp. 87-93, 1988.
- [11] F. Devaux, Y. Sorel e J. F. Kerdiles, Simple measurement of fiber dispersion and chirp parameter of intensity modulated light emitter, *Journal of Lightwave Technology*, vol. 11, n. 12, pp 1937-1940, 1993.
- [12] *The Relationship Between Chirp and Voltage for the AT&T Mach-Zehnder Lithium Niobate Modulators*, Notas Técnicas, AT&T Microelectronics, 1995.
- [13] D. Marcuse, C. R. Menyuk e P. K. A. Wai, Application of the Manakov-PMD equation to studies of signal propagation in optical fibers with randomly varying birefringence, *Journal of Lightwave Technology*, vol. 15, n.º 9, pp 1735-1746, 1997.
- [14] Ivan P. Kaminow e Thomas L. Koch (editores), *Optical fiber telecommunications III A*, Academic Press, San Diego, EUA, 1997, capítulo 12, escrito por L. F. Mollenauer, J. P. Gordon e P. V. Mamyshev.
- [15] Daniel Zwillinger, *Handbook of differential equations*, Academic Press, San Diego, EUA, 1992.
- [16] D. Marcuse, *Theory of dielectrics optical waveguides*, Academic Press, Nova Iorque, EUA, 1974.
- [17] Robert W. Boyd, *Nonlinear optics*, Academic Press, San Diego, EUA, 1992.
- [18] Ivan P. Kaminow e Thomas L. Koch (editores), *Optical fiber telecommunications III A*, Academic Press, San Diego, 1997, capítulo 8, escrito por F. Forghieri, R. W. Tkach e A. R. Chraplyvy.
- [19] Mário Ferreira, *Lasers semicondutores para comunicações coerentes e amplificadores de fibra óptica*, Tese de doutoramento, Universidade de Aveiro, Aveiro, Portugal, 1992.

