Análise da Influência da Incerteza do Tempo de Chegada no Desempenho de Sistemas Ópticos Baseados em Solitões

Armando Nolasco Pinto (anp@ua.pt), J. Ferreira da Rocha (frocha@ua.pt)

Departamento de Electrónica e Telecomunicações, Universidade de Aveiro, 3810 Aveiro, Portugal

Resumo

Neste trabalho estudamos o problema da incerteza do tempo de chegada dos impulsos ópticos em sistemas de comunicação baseados em solitões. Apresentamos as origens físicas que levam à incerteza do tempo de chegada. Estudamos o efeito da interacção entre solitões e o do ruído de emissão expontânea no tempo de chegada dos impulsos. Derivamos uma expressão analítica para a função densidade de probabilidade do tempo de chegada tendo em consideração a interacção entre solitões e o ruído de emissão expontânea. Comparamos os resultados analíticos com resultados da simulação numérica de três sistemas a operarem a 10, 20 e 40 Gbit/s.

I. Interacção entre solitões

Devido aos efeitos não lineares os solitões ópticos ao propagarem-se interagem entre si. No caso de dois solitões o problema reduz-se ao seguinte sistema de equações diferenciais acopladas:

$$\frac{\partial^2 q}{\partial \zeta^2} = -4\exp(-2q)\cos(2\psi), \tag{1}$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial \zeta^2} = 4\exp(-2q)\sin(2\psi); \tag{2}$$

em que q é a separação temporal entre os solitões, ψ é a diferença de fase e ζ é a distancia de propagação.

Mostrámos em [1] que no caso de três solitões pudemos reduzir o sistema de equações a (3) e (4):

$$\frac{\partial^2 q}{\partial \zeta^2} = -2\eta\exp(-q)\cos(2\psi), \tag{3}$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial \zeta^2} = 2\eta\exp(-q)\sin(2\psi); \tag{4}$$

onde a constante η está relacionado com a separação inicial normalizada entre solitões adjacentes, pela expressão $\eta=2\exp(-q_o)$.

Resolvidas as equações (1), (2), (3) e (4), para o caso de solitões em fase, obtemos a expressão (5) e (6) para a dinâmica de dois e três solitões respectivamente.

Este estudo foi financiado no âmbito do programa PRAXIS XXI.

$$q = q_o + \ln[\cos(\eta\zeta)], \tag{5}$$

$$q = q_o + \ln\left[\cos^2\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\eta\,\zeta\right)\right]. \tag{6}$$

Na Fig. 1 mostramos a equação (5) e (6) e o resultado da simulação numérica da interacção entre dois e três solitões respectivamente.

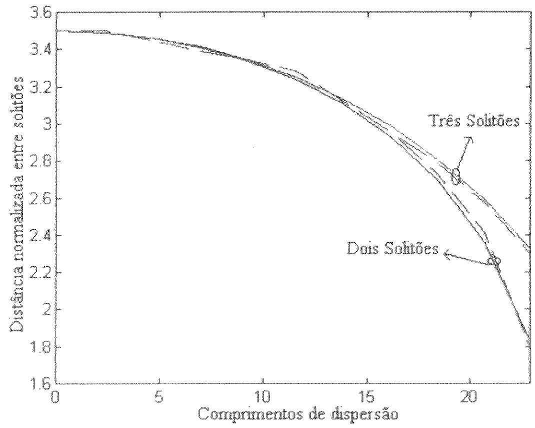

Fig. 1 Distância normalizada entre solitões, as linhas a cheio são os resultados analíticos a tracejado são apresentados os resultados numéricos.

Notemos que a interacção entre solitões é mais intensa no caso de dois solitões do que no caso de três solitões, isto deve-se ao balanço de forças que existe no caso de três solitões. Devido à simetria do sistema de três solitões o solitão central permanece fixo durante a propagação.

De modo a generalizar o nosso resultado para uma sequência aleatória de solitões notemos que no caso de quatro solitões, Fig. 2, os solitões centrais B e C estão praticamente fixos devido ao balanço de forças e os solitões A e D comportam-se de forma similar aos solitões externos no caso de três solitões [1].

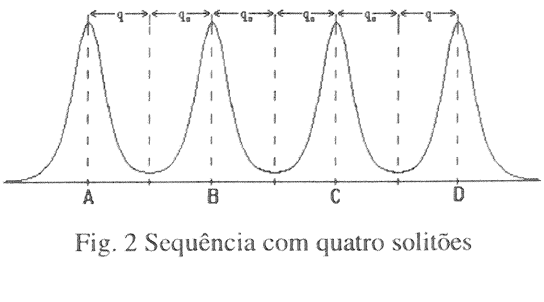

Fig. 2 Sequência com quatro solitões

Numa longa sequência de solitões o primeiro e o último são aqueles que sofrem uma maior força de interacção, pois as forças de interacção exercidas em todos os outros anulam-se mutuamente.

Num sistema de comunicação prático a sequência de impulsos transmitida é aleatória, contendo longas sequências de impulsos, pares de impulsos e também impulsos isolados. De modo a analisar o efeito das forças de interacção numa longa sequência de impulsos podemos subdividir a sequência reduzindo-a aos casos anteriores.

Se considerarmos uma sequência aleatória e infinita podemos demostrar que 50% dos solitões não sofrem nenhum desvio devido às forças de interacção; 25% deles sofrem um desvio dado pela expressão (5), destes 25% metade sofrem um atraso e metade sofrem um avanço; os restantes 25% sofrem um desvio dado por (6) sofrendo metade um avanço e os restantes um atraso. Obtemos então a seguinte função densidade de probabilidade para o tempo de chegada devido apenas às forças de interacção entre solitões:

$$p(t) = \frac{1}{2}\delta(t) + \frac{1}{8}\delta(t - t_2) + \frac{1}{8}\delta(t + t_2) + \frac{1}{8}\delta(t - t_3) + \frac{1}{8}\delta(t + t_3). \quad (7)$$

Onde os valores de t_2 e t_3 são dados por:

$$t_2 = T_o \ln\left[\cos\left(\frac{\eta}{L_D} z\right)\right], \quad (8)$$

$$t_3 = T_o \ln\left[\cos^2\left(\frac{\eta}{\sqrt{2}L_D} z\right)\right]; \quad (9)$$

onde T_o é a largura do impulso e L_d o comprimento de dispersão.

De modo a validarmos o nosso resultado simulamos um sistema a 10 Gbit/s com um espaçamento inicial de q_o=4.4, e obtivemos a seguinte função densidade de probabilidade:

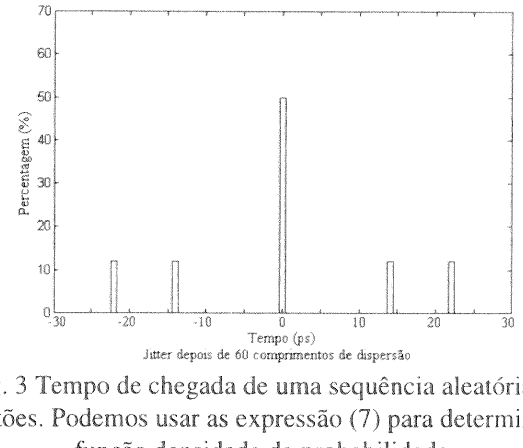

Fig. 3 Tempo de chegada de uma sequência aleatória de solitões. Podemos usar as expressão (7) para determinar a função densidade de probabilidade.

II. Ruído de Emissão Expontânea

De modo a compensar a atenuação da fibra e a manter os solitões durante a propagação, os impulsos têm que ser periodicamente amplificados. O ruído de emissão expontânea aparece como um produto inevitável da amplificação óptica. A propagação do ruído e do sinal num meio não linear introduz jitter no sistema.

Em [2], Gordon e Haus demonstraram que a função densidade de probabilidade devido ao ruído de emissão expontânea é Gaussiana com um desvio padrão proporcional ao cubo da distância e dado por:

$$\sigma = \left[\frac{n_{sp} n_2 D h(G-1) L^3}{9 T_o A_{eff} L_{amp} Q}\right]^{1/2}, \quad (10)$$

onde n_{sp} é o factor de emissão expontânea, n_2 é o parâmetro não linear da fibra, D é a dispersão cromática, h é a constante de Planck, G é o ganho dos amplificadores, L é o comprimento total da ligação, T_o é a largura dos impulsos, A_{eff} é a área efectiva da fibra, L_{amp} é o espaçamento entre amplificadores e Q é o factor de aumento da potência óptica.

A expressão (10) é válida para a propagação de um solitão isolado. No caso de termos uma sequência de impulsos devemos entrar em consideração com o jitter devido ao ruído e devido à interacção entre os impulsos.

Num sistema de baixo ruído e alto débito o ruído pode ser tratado como um pequena perturbação. Neste caso podemos assumir que a função densidade de probabilidade do jitter pode ser aproximada pela expressão (7), substituindo as funções Dirac por uma distribuição Gaussiana com desvio padrão dado por (10). Obtemos então:

$$p(t) = \frac{1}{2} f_g(t,\sigma) + \frac{1}{8} f_g(t - t_2,\sigma) + \frac{1}{8} f_g(t + t_2,\sigma) + \frac{1}{8} f_g(t - t_3,\sigma) + \frac{1}{8} f_g(t + t_3,\sigma), \quad (11)$$

onde $f_g(t,\sigma)$ é dado por:

$$f_g(t,\sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right], \quad (12)$$

os valores de t_2 e t_3 são determinados respectivamente por (8) e (9), σ é dado por (10).

Na dedução de (11) fizemos as seguintes aproximações: assumimos que a potência do ruído é muito menor que a potência do sinal, provocando apenas uma pequena perturbação na amplitude e fase do solitão. Assumimos também que o ruído e a interacção entre solitões são independentes. De modo a validar o nosso modelo analítico vamos aplica-lo a resultados da simulação de três sistemas reais.

III. Simulação

De modo a validarmos a expressão (11) simulamos três sistemas de alto débito, a operarem respectivamente a 10, 20 e 40 Gbit/s.

Tabela I

	10 Gbit/s	20 Gbit/s	40 Gbit/s
Distância	6 000 km	4 000 km	2 000 km
Amplificadores	300	160	100
Dispersão	1.0 ps/(nm.km)	0.2 ps/(nm.km)	0.1 ps/(nm.km)
Não-Linear	3.7 $W^{-1}.km^{-1}$	3.7 $W^{-1}.km$	3.7 $W^{-1}.km$
Atenuação	0.2 dB/km	0.2 dB/km	0.1 dB/km
Largura pulso	11.3 ps	7.5 ps	3.4 ps

Apresentamos nas figuras seguintes a função densidade de probabilidade do jitter de cada um dos sistemas. A linha a cheio é o resultado de Gordon-Haus, as estrelas são o resultado da simulação numérico e o tracejado é o novo modelo analítico.

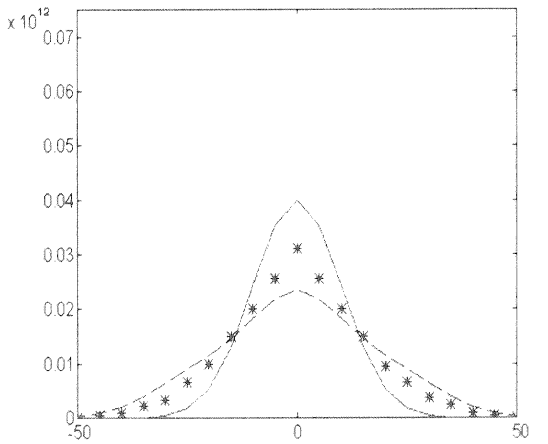

Fig. 4 Sistema a 10 Gbit/s.

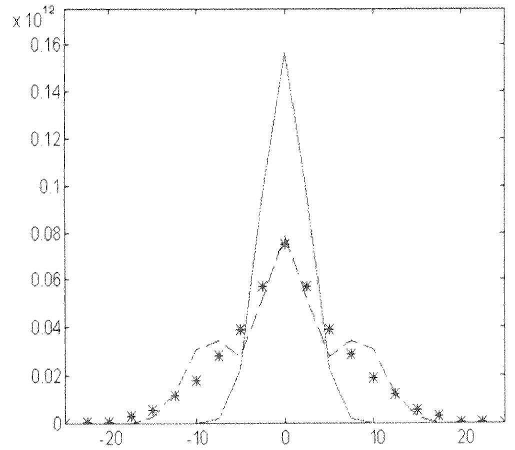

Fig. 5 Sistema a 20 Gbit/s.

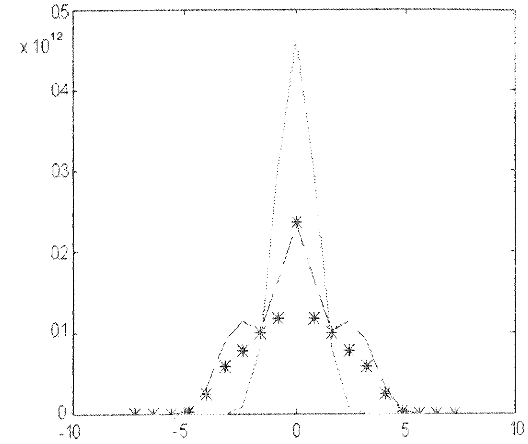

Fig. 6 Sistema a 40 Gbit/s.

VI. Conclusões

Os resultados da simulação numérica mostram que a interacção entre solitões altera a função densidade de probabilidade do jitter num sistema baseado em solitões. A função densidade de probabilidade deixa de ser Gaussiana.

Derivamos um modelo analítico que entra em consideração com o jitter produzido pelo ruído de emissão expontânea e com as forças de interacção numa sequência aleatória de solitões. Segundo o nosso modelo a função densidade de probabilidade pode ser aproximada pela sobreposição de cinco funções Gaussianas descentradas.

Aplicámos o novo modelo para o jitter a três sistemas práticos, a operarem respectivamente a 10, 20 e 40 Gbit/s, obtivemos uma boa aproximação entre o novo modelo analítico proposto e os resultados da simulação numérica.

Referências

[1] A. Nolasco Pinto, J. Ferreira da Rocha, "Timing jitter statistics due to soliton interaction and Gordon-Haus effect", in Broadband Superhighway - NOC'96, Heidelberg, Alemanha, Junho 96, pp. 304-311.

[2] J. P. Gordon, and H. A. Haus, "Random walk of coherently amplified solitons in optical fiber transmission", Optics Letters, Vol. 11, No. 10, pp 665-667, 1986

[3] A. Nolasco Pinto, Govind P. Agrawal, J. Ferreira da Rocha, "Analytical and numerical study of timing jitter in soliton communication systems", in 1996 OSA Annual Meeting, Rochester, EUA, Outubro 96, pp. 131.

[4] J. R. F. da Rocha, L. B. Ribeiro, A. N. Pinto, "Semi-analytical method for performance analysis of soliton systems", in CLEO/Pacific'95, Chiba, Japão, Julho 95, pp. 43-44.